



Твердохлібова Д.В., канд. екон. наук,
старший науковий співробітник
ДУ "Інститут економіки та прогнозування НАН України"
e-mail: d.tverdokhlibova@gmail.com

ТЕОРІЯ І ПРАКТИКА ВИКОРИСТАННЯ ІНДИКАТОРІВ БЮДЖЕТНОЇ СТІЙКОСТІ¹

У своїх дослідженнях бюджетно-податкової політики українські вчені долучаються до практики використання індикаторів бюджетної стійкості. Проте деякі дослідники дозволяють собі вільне поводження з формулами цих індикаторів (відкидають окремі складові або вводять нові змінні), що ставить під сумнів результати розрахунків і зроблені на їх основі висновки. У статті розкрито походження формул індикаторів бюджетної стійкості. Наведено виведення однопериодного бюджетного обмеження у відносних показниках, бюджетного обмеження для скінченного проміжку часу та бюджетного обмеження для нескінченного проміжку часу (міжчасового бюджетного обмеження). Розкрито зміст умови відсутності гри Понці. Показано, як з обмеження для скінченного проміжку часу виводиться формула розрахунку індикатора середньострокової бюджетної стійкості S_1 , а з міжчасового бюджетного обмеження – формула розрахунку індикатора довгострокової бюджетної стійкості S_2 . Пояснено значення цих індикаторів та їх складових відповідно до трактувань Європейської Комісії. Виділено параметри, значення яких впливають на значення індикаторів бюджетної стійкості. Показано, які цільові значення державного боргу обирають країни, що складають звіти про бюджетну стійкість. Наведено статті доходів та видатків, вплив яких на стійкість бюджету досліджується різними країнами. Визначено базовий та альтернативний сценарії розрахунків. На прикладі Канади та Європейського Союзу показано, якими є значення параметрів індикатора середньострокової бюджетної стійкості S_1 у базовому сценарії та яких значень ці параметри можуть набувати в альтернативних сценаріях. Зазначено, що за допомогою індикаторів бюджетної стійкості оцінюється стійкість бюджету як загального уряду, так і бюджетів нижчих рівнів, а також бюджетів державних фондів соціального страхування. Наведено класифікацію ризиків бюджетної стійкості в середньостроковому та довгостроковому періодах, яку застосовує Європейська Комісія. На прикладі України показана чутливість індикатора середньострокової бюджетної стійкості S_1 до зміни значень його параметрів. Проілюстровано процес прийняття рішень з питань бюджетно-податкової політики за допомогою індикаторів бюджетної стійкості S_1 та S_2 . Виділено моменти, на які необхідно звертати увагу при обчисленні значень цих індикаторів.

К л ю ч о в і с л о в а: бюджетно-податкова політика, бюджетний розрив, бюджетна стійкість, індикатори бюджетної стійкості, бюджетні обмеження

¹ Публікацію підготовлено за виконання НДР "Стійкість державних фінансів України у довгостроковій перспективі" (№ держреєстрації 0116U008262).

Провідні країни світу приділяють значну увагу питанню фінансової, або бюджетної, стійкості (англ. *fiscal sustainability*). На регулярній основі публікують звіти про фінансову стійкість Європейська Комісія [1–6] та країни – члени Європейського Союзу (наприклад, Німеччина [7–10], Велика Британія [11–16], Швеція [17–22]); а також Швейцарія [23–25], США [26–41], Канада [42–49] та інші. У звітах для оцінювання бюджетної стійкості найчастіше використовуються такі показники, як індикатор *середньострокової* бюджетної стійкості *S1* та індикатор *довгострокової* бюджетної стійкості *S2*.

В останні роки українські вчені долучилися до світового досвіду використання індикаторів бюджетної стійкості [50–57]. За допомогою них вони оцінюють стійкість бюджету органів загального державного управління України в середньостроковій та довгостроковій перспективі, а також вплив на неї окремих складових бюджету, зокрема видатків, пов'язаних зі старінням населення. Але недоліком окремих досліджень є вільне поводження з математичними формулами індикаторів (відкидання окремих складових формул, введення нових змінних). Такі дії свідчать про нерозуміння походження формул та призводять або до помилкової інтерпретації результатів обчислень, або викривлюють ці результати і роблять хибними зроблені на їх основі висновки.

Мета статті – розкрити походження формул індикаторів бюджетної стійкості *S1* та *S2* та пояснити значення цих індикаторів і їх складових відповідно до трактувань Європейської Комісії, у тому числі на прикладі України.

Одне з визначень *стійкості* державного бюджету спирається на поняття *платоспроможності* (англ. *solvency*) держави [4, с. 21–22]. Бюджет держави вважається стійким, якщо держава платоспроможна, тобто здатна погашати борги, нескінченно не вдаючись до нових запозичень. Умова платоспроможності описується *бюджетним обмеженням*. Воно визначається для скінченного проміжку часу (охоплює скінчену кількість періодів (років)) та нескінченного проміжку часу (охоплює нескінчену кількість років). Якщо бюджетне обмеження не виконується, виникає *бюджетний розрив* (англ. *fiscal gap*). Показники, які вимірюють величину бюджетного розриву, використовуються для оцінки стійкості державного бюджету. Їх називають *показниками бюджетного розриву* або *індикаторами бюджетної стійкості*. Найбільш поширені у світовій практиці таких два індикатори – індикатор *середньострокової* бюджетної стійкості *S1* та індикатор *довгострокової* бюджетної стійкості *S2*. *S1* виводиться із бюджетного обмеження для скінченного проміжку часу, а *S2* – із бюджетного обмеження для нескінченного проміжку часу.

Бюджетні обмеження. Бюджетне обмеження для нескінченного проміжку часу називається *міжчасовим бюджетним обмеженням*. Воно впливає із *бюджетного обмеження для скінченного проміжку часу*, а те – з *одного періодного бюджетного обмеження*. Бюджетні обмеження ґрунтуються на припущенні, що динаміка державного боргу і сальдо бюджету жорстко зв'язані між собою [58, с. 1].



Одноперіодне бюджетне обмеження має вигляд формули (1) або, в інших змінних, – формули (2):

$$B_t - B_{t-1} = (B_t + r_t \cdot B_{t-1}) - D_t, \quad (1)$$

$$B_t - B_{t-1} = r_t \cdot B_{t-1} - ПБ_t, \quad (2)$$

де B_t , B_{t-1} – номінальний державний борг на кінець t -го року та $(t-1)$ -го року, відповідно, одиниць національної валюти; B_t – номінальні видатки бюджету (без видатків на обслуговування державного боргу) в t -му році, одиниць національної валюти; r_t – фактична номінальна процентна ставка обслуговування державного боргу в t -му році, в річному обчисленні, коефіцієнт; D_t – номінальні доходи бюджету (без доходів від розміщення активів) в t -му році, одиниць національної валюти; $ПБ_t$ – номінальне первинне сальдо (англ. primary balance) бюджету в t -му році ($ПБ_t = D_t - B_t$), тобто первинний дефіцит бюджету, якщо $B_t > D_t$, або первинний профіцит бюджету, якщо $B_t < D_t$, одиниць національної валюти.

Ліва частина одноперіодного бюджетного обмеження ($B_t - B_{t-1}$) – це приріст державного боргу на кінець t -го року, а права частина $((B_t + r_t \cdot B_{t-1}) - D_t)$ – загальне сальдо бюджету в t -му році, яке складається з первинного сальдо бюджету ($ПБ_t = D_t - B_t$) у t -му році та процентних платежів з обслуговування державного боргу в цьому році ($r_t \cdot B_{t-1}$).

Одноперіодне бюджетне обмеження показує, що загальний дефіцит бюджету (коли видатки перевищують доходи $(B_t + r_t \cdot B_{t-1}) > D_t$) фінансується виключно за рахунок державних запозичень, що призводить до зростання державного боргу ($B_t > B_{t-1}$). А загальний профіцит бюджету (коли доходи перевищують видатки $(B_t + r_t \cdot B_{t-1}) < D_t$) спрямовується виключно на погашення державного боргу ($B_t < B_{t-1}$).

Бюджетне обмеження для скінченного проміжку часу $[1, T]$ записується формулою (3), а бюджетне обмеження для нескінченного проміжку часу $[1, \infty)$ (міжчасове бюджетне обмеження) – формулою (4) (виведення див. додаток А):

$$\bar{b}_0 = \bar{b}_T \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \sum_{i=1}^T \left(n \bar{b}_i \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right), \quad (3)$$

$$\bar{b}_0 = \sum_{i=1}^{\infty} \left(n\bar{b}_i \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right), \quad (4)$$

де $\bar{b}_0$ – початковий державний борг, тобто державний борг, накопичений на кінець 0-го року перед початком відповідного проміжку часу (скінченого або нескінченого), у % до ВВП; $\bar{b}_T$ – цільове значення державного боргу на кінець скінченого проміжку часу – на кінець T -го року, у % до ВВП; γ_t – коефіцієнт приросту номінального ВВП у t -му році, коефіцієнт; r_t – фактична номінальна процентна ставка обслуговування державного боргу в t -му році, в річному обчисленні, коефіцієнт; $n\bar{b}_i$ – первинне сальдо бюджету в i -му році, у % до ВВП.

Бюджетне обмеження для *скінченого* проміжку часу $[1, T]$ (3) показує: держава платоспроможна на початок скінченого проміжку часу тоді, коли початковий борг держави ($\bar{b}_0$) покривається сумою теперішньої вартості державного боргу, спрогнозованого на кінець цього проміжку часу $\left(\bar{b}_T \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right)$, та теперішніх вартостей майбутніх первинних сальдо бюджету $\sum_{i=1}^T \left(n\bar{b}_i \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right)$.

Бюджетне обмеження для *нескінченого* проміжку часу $[1, \infty)$ (міжчасове бюджетне обмеження) (4) показує аналогічне: держава платоспроможна на початок нескінченого проміжку часу тоді, коли початковий борг держави ($\bar{b}_0$) перекидається сумою теперішніх вартостей майбутніх первинних сальдо бюджету $\sum_{i=1}^{\infty} \left(n\bar{b}_i \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right)$.

Міжчасове бюджетне обмеження припускає, що виконується умова *відсутності гри Понці* (5):

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \bar{b}_T \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} = 0. \quad (5)$$

Гра Понці *виникає* тоді, коли держава погашає накопичений нею борг та процентні платежі по ньому, вдаючись *регулярно* до нових боргів, унаслідок чого державний борг необмежено зростає. Коли держава погашає накопичений нею борг та процентні платежі по ньому, *не* вдаючись до нових боргів, або вдаючись до них *нерегулярно*, то державний борг обмежується, і гра Понці не виникає [58, с. 7].

Індикатор середньострокової бюджетної стійкості $S1$ обчислюється або за формулою (6), або за формулою (7):

$$S1 = c \cdot (k_2 - k_1 + 1), \quad (6)$$

$$S1 = \underbrace{\frac{\bar{b}_0 \cdot \left(\prod_{t=1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} - 1 \right)}{\sum_{i=k_1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t}}} - n\bar{b}_0 \cdot \underbrace{\frac{\sum_{i=1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t}}{\sum_{i=k_1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t}}} + \underbrace{\frac{\bar{b}_0 - \bar{b}_T}{\sum_{i=k_1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t}}} - \underbrace{\frac{\sum_{i=1}^T \left(\Delta n\bar{b}_i^* \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right)}{\sum_{i=k_1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t}}} + \underbrace{c \cdot \frac{\sum_{i=k_1}^{k_2} \left((k_2 - i) \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right)}{\sum_{i=k_1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t}}}, \quad (7)^2$$

де $S1$ – індикатор середньострокової бюджетної стійкості, у % до ВВП; c – величина щорічного коригування первинного сальдо бюджету в період $[k_1; k_2]$, у % до ВВП; $[k_1; k_2]$ – період щорічних коригувань первинного сальдо бюджету, $[k_1; k_2] \subset [1; T]$; $[1; T]$ – середньостроковий період; $\bar{b}_0$ – початковий державний борг, у % до ВВП; r_t – фактична номінальна процентна ставка обслуговування державного боргу в t -му році, в річному обчисленні, коефіцієнт; γ_t – коефіцієнт приросту номінального ВВП у t -му році, коефіцієнт; $n\bar{b}_0$ – початкове первинне сальдо бюджету, тобто первинне сальдо бюджету в 0-му році перед початком середньострокового періоду $[1; T]$, у % до ВВП; $\bar{b}_T$ – цільове значення державного боргу на кінець T -го року, у % до ВВП; $\Delta n\bar{b}_i^*$ – зміна первинного сальдо бюджету i -го року ($i = \overline{1, T}$) відносно 0-го року ($\Delta n\bar{b}_i^* = n\bar{b}_i - n\bar{b}_0$), у % до ВВП.

Формула (7) називається формулою *декомпозиції* індикатора середньострокової бюджетної стійкості $S1$. Вона виводиться з бюджетного обмеження для скінченного проміжку часу (3) (див. ДодатокБ) і використовується для аналізу $S1$ у розрізі його складових.

У формулі (7) та у наступних формулах індикаторів бюджетної стійкості замість пари показників: фактична *номінальна* процентна ставка обслу-

²При розрахунках за цією та наступною формулами необхідно пам'ятати, що $\prod_{t=T+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} = 1$ [6, с. 95].

говування державного боргу (r_t) та коефіцієнт приросту *номінального* ВВП (γ_t) – може використовуватися пара інших показників: фактична *реальна* процентна ставка обслуговування державного боргу (r_t^*) та коефіцієнт приросту *реального* ВВП (γ_t^*). Згідно з рівнянням Фішера, зв'язок між номінальними і реальними показниками описується як $1+r_t = (1+r_t^*)(1+\pi_t)$, $1+\gamma_t = (1+\gamma_t^*)(1+\pi_t)$, де π_t – темп інфляції в t -му році, тому $\frac{1+r_t}{1+\gamma_t} = \frac{(1+r_t^*)(1+\pi_t)}{(1+\gamma_t^*)(1+\pi_t)} = \frac{1+r_t^*}{1+\gamma_t^*}$ [58, с. 2–3].

Індикатор середньострокової бюджетної стійкості $S1$ вимірює величину *загального* коригування первинного сальдо бюджету, яке потрібно провести за $(k_2 - k_1 + 1)$ років з k_1 -го року по k_2 -й рік включно ($1 \leq k_1 \leq k_2 \leq T$) для того, щоб на кінець середньострокового періоду (на кінець T -го року) досягти цільового значення державного боргу b_T . Він складається з чотирьох складових – A , B , C , D . Формула декомпозиції (7) дозволяє обчислити внесок цих складових у величину загального коригування первинного сальдо бюджету.

Складова A вимірює величину коригування первинного сальдо бюджету, яке зумовлене початковою бюджетною позицією (англ. initial budgetary position). Вона дорівнює величині *одноразового* коригування ($k_2 = k_1$) *початкового* первинного сальдо бюджету ($n\bar{b}_0$) в k_1 -му році, яке допомагає вийти на такий рівень первинного сальдо бюджету, якого достатньо ($\Delta n\bar{b}_i^* = 0 \ \forall i=1, \overline{T}$) для того, щоб на кінець середньострокового періоду залишити державний борг на початковому рівні ($b_T = \bar{b}_0$).

Складова B становить величину додаткового коригування первинного сальдо бюджету, яке необхідне для того, щоб державний борг на кінець середньострокового періоду досяг цільового значення b_T .

Складова C дорівнює величині додаткового коригування первинного сальдо бюджету, яке необхідне для того, щоб компенсувати зміни первинного сальдо бюджету відносно 0-го року ($\Delta n\bar{b}_i^*$, $i=1, \overline{T}$).

Складова D вимірює ціну затримки (англ. cost of delay) у проведенні коригування первинного сальдо бюджету. Вона дорівнює величині додаткового коригування первинного сальдо бюджету, що спричинене тим, що таке коригування відбувається не одноразово в k_1 -му році, а поступово рівними частинами, розтягуючись на $(k_2 - k_1 + 1)$ років: з k_1 -го року по k_2 -й рік.

Для того, щоб обчислити індикатор $S1$, необхідно розрахувати *величину щорічного коригування первинного сальдо бюджету* (c). З цією метою праву частину формули (6) прирівнюють до правої частини формули (7). Отримане рівняння розв'язують відносно величини (c) (формула (8)):

$$c = \frac{\bar{b}_0 \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} - \bar{b}_T - n\bar{b}_0 \cdot \sum_{i=1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} - \sum_{i=1}^T \left(\Delta n\bar{b}_i^* \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right)}{(k_2 - k_1 + 1) \cdot \sum_{i=k_1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} - \sum_{i=k_1}^{k_2} \left((k_2 - i) \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right)}. \quad (8)$$

Додатне значення індикатора середньострокової бюджетної стійкості $S1$ свідчить про *відсутність* бюджетної *стійкості* у середньостроковій перспективі, а також про те, що чинна бюджетно-податкова політика її не забезпечує. Абсолютна величина такого значення показує величину, на яку протягом $(k_2 - k_1 + 1)$ років, починаючи з k_1 -го року і закінчуючи k_2 -м роком, потрібно *поліпшити* первинне сальдо бюджету для того, щоб вивести його на такий рівень, який (при його незмінності з $(k_2 + 1)$ -го року і до кінця середньострокового періоду) забезпечить досягнення цільового значення державного боргу ($\bar{b}_T$) на кінець середньострокового періоду. Поліпшити первинне сальдо бюджету можна або шляхом збільшення доходів бюджету, або шляхом зменшення видатків бюджету, або поєднанням цих двох шляхів.

Від'ємне значення індикатора середньострокової бюджетної стійкості $S1$ показує, що бюджет *стійкий* у середньостроковій перспективі та що таку стійкість забезпечує чинна бюджетно-податкова політика. Абсолютна величина від'ємного значення – це величина, в межах якої *погіршення* первинного сальдо бюджету не призведе до втрати середньострокової бюджетної стійкості. Погіршення первинного сальдо бюджету можливе або через зменшення доходів бюджету, або через збільшення видатків бюджету, або через ці дві причини одночасно.

Значення індикатора середньострокової бюджетної стійкості $S1$ визначається значеннями його параметрів:

- початковим значенням державного боргу ($\bar{b}_0$);
- цільовим значенням державного боргу на кінець середньострокового періоду ($\bar{b}_T$);
- тривалістю середньострокового періоду $[1; T]$ (T років);
- тривалістю періоду щорічних коригувань первинного сальдо бюджету $[k_1; k_2]$ $((k_2 - k_1 + 1)$ років);
- порядковим номером року, з якого починається період щорічних коригувань первинного сальдо бюджету (k_1);

- значеннями параметрів бюджетно-податкової політики: змінами первинного сальдо бюджету відносно 0-го року ($\Delta n\tilde{b}_i^*$, $\forall i$) та початковим значенням первинного сальдо бюджету ($n\tilde{b}_0$);
- значеннями параметрів макроекономічної політики: коефіцієнтів приросту номінального ВВП (γ_t) та номінальної процентної ставки обслуговування державного боргу (r_t).

Як правило, цільове значення державного боргу на кінець середньострокового періоду $\tilde{b}_T$ встановлюється або на початковому рівні $\tilde{b}_0$ (Канада [49, с. 8]; США [33, с. V, 22–23], [41, с. 161]; Швейцарія [25, с. 48]), або на рівні 60% ВВП, що відповідає Маастрихтському критерію щодо рівня державного боргу для країн – претендентів на вступ до Європейського Союзу (Європейський Союз [4, с. 5–6]; Велика Британія [16, с. 11]). Також воно може встановлюватися на рівні, середньому за останні декілька років (США [33, с. V, 23]); на рівні передкризового 2007 р. (Європейський Союз [6, с. 53, 55]; Велика Британія [16, с. 86]); на рівні останнього року прогнозного періоду, якщо робиться макроекономічний прогноз на декілька перших років середньострокового періоду (в Європейському Союзі – на 2 роки) (Європейський Союз [6, с. 53, 55]); на довільному іншому рівні, доцільному для країни (Велика Британія [16, с. 11]; Канада [43, с. 24], [49, с. 118]).

Зміни первинного сальдо бюджету відносно 0-го року ($\Delta n\tilde{b}_i^*$, $\forall i$) найчастіше подаються у вигляді різниці між змінами окремих статей *доходів* бюджету відносно 0-го року та змінами окремих статей первинних *видатків* бюджету відносно 0-го року. Виділяють ті статті доходів та первинних видатків бюджету, які є вагомими для бюджету країни, наприклад, доходи від державної власності (англ. property income) (Європейський Союз [6, с. 95–96]); внески до державних фондів соціального страхування (Європейський Союз [6, с. 95–96]); Російська Федерація [59, с. 40–41, 43]); нафтогазові доходи (Російська Федерація [59, с. 40–41, 43]); видатки, спричинені старінням населення (англ. age-related costs, ageing costs), а саме: видатки на освіту, медичне та пенсійне забезпечення (Європейський Союз [6, с. 53–54; 95–96], Російська Федерація [59, с. 43]) тощо. Припускається, що інші статті доходів та первинних видатків бюджету є незмінними, тобто їхні зміни дорівнюють нулю.

Набори значень параметрів індикатора $S1$ утворюють *сценарії* його розрахунку. Один сценарій обирається як *базовий*, а інші сценарії розглядаються як *альтернативні*. В альтернативних сценаріях змінюються значення окремих параметрів базового сценарію і таким чином досліджується чутливість індикатора $S1$ до цих змін. В основному альтернативні сценарії розглядають зміни параметрів бюджетно-податкової та макроекономічної політики. Хоча достатньо уваги приділяється і тим альтернативним сценаріям, де змінюються інші параметри індикатора $S1$.



Наприклад, у Канаді в межах базового сценарію передбачається, що тривалість середньострокового періоду становить 75 років ($T=75$); цільове значення державного боргу дорівнює початковому значенню ($b_T=b_0$); коригування первинного сальдо бюджету відбувається одноразово в перший рік середньострокового періоду ($k_1=k_2=1$) [49, с. 8]. Альтернативні сценарії досліджують зміни макроекономічних та фінансових параметрів, а також зміни цільового значення державного боргу (0% ВВП та 100% ВВП) [49, с. 8, 118]. У більш ранніх звітах про бюджетну стійкість розглядався ширший діапазон змін цільового значення державного боргу (0, 25, 50, 75, 100% ВВП) [43, с. 24]. Також досліджувалися зміни тривалості середньострокового періоду (T) (25 та 50 років) [43, с. 22]; порядкового номеру року, з якого починається період щорічних коригувань первинного сальдо бюджету (k_1) (5-й, 10-й, 20-й, 30-й рік) [43, с. 25] тощо.

Європейська Комісія, яка проводить розрахунки індикатора $S1$ для країн Європейського Союзу, закладає в базовий сценарій тривалість середньострокового періоду, що дорівнює 13-ти рокам ($T=13$); цільове значення державного боргу – 60% ВВП ($b_T=60$); коригування первинного сальдо бюджету – щорічне протягом 5-ти років ($k_2-k_1+1=5$) з першого по п'ятий рік середньострокового періоду ($k_1=1$, $k_2=5$) [6, с. 53]. Альтернативні сценарії передбачають зміну параметрів макроекономічної і бюджетно-податкової політики [6, с. 59]; цільового значення державного боргу [6, с. 53, 59], а також допускають зміну тривалості періоду щорічних коригувань первинного сальдо бюджету ($k_2-k_1+1>5$) [4, с. 22, 32].

За допомогою індикатора $S1$ оцінюється стійкість не тільки бюджету загального уряду (англ. general government), а й бюджетів нижчих рівнів, а також бюджетів державних фондів соціального страхування (Швейцарія [25, с. 48–49], Канада [49, с. 3–4]). Стійкість бюджету певного регіону може вимірюватися як у % до ВВП країни, так і у % до ВВП цього регіону (Канада [49, с. 3–4]). У випадках, коли вона вимірюється у % до ВВП країни, індикатор середньострокової стійкості бюджету загального уряду дорівнює сумі індикаторів середньострокової стійкості відповідних бюджетів нижчих рівнів та індикаторів середньострокової стійкості бюджетів фондів державного соціального страхування.

З 2004 р. у формулі розрахунку індикатора $S1$ Європейська Комісія використовує *структурний первинний* баланс бюджету (англ. structural primary balance) замість *первинного* балансу бюджету [60, с. 99]. Структурний первинний баланс бюджету – це первинний баланс бюджету, "очищений" від циклічної складової (англ. cyclical component) та одноразових і тимчасових операцій органів державного управління (англ. one-off and temporary measures).

З 2005 р. залежно від значення індикатора середньострокової стійкості бюджету загального уряду $S1$ Європейська Комісія виділяє три ступені ризику бюджетній стійкості у середньостроковому періоді: *низький*, *середній* та *високий* [1, с. 87].

Низькому ризику бюджетній стійкості в середньостроковому періоді відповідає індикатор середньострокової стійкості бюджету загального уряду $S1$, менший від 0% ВВП ($S1 < 0$), *середньому* ризику – індикатор $S1$, більший або рівний 0% ВВП та менший або рівний 2,5% ВВП ($0 \leq S1 \leq 2,5$), а *високому* – індикатор $S1$, більший за 2,5% ВВП ($S1 > 2,5$) [6, с. 54]. Порогове значення 2,5% ВВП застосовується у звітах Європейської Комісії про фінансову стійкість починаючи з 2015 р. [4, с. 6]. Воно розраховується з огляду на п'ятирічний період щорічних коригувань первинного сальдо бюджету ($k_2 - k_1 + 1 = 5$) та норми Європейського Союзу про щорічне поліпшення структурного балансу бюджету щонайменше на 0,5% ВВП, яка вводиться в дію статтями 5 та 9 Регламенту ЄС № 1466/1997 від 7 липня 1997 р. щодо посилення нагляду за дотриманням статей бюджету, координацією економічної політики та наглядом за їх здійсненням (у редакціях, чинних з 27 липня 2005 р.)³.

Індикатор середньострокової бюджетної стійкості $S1$ чутливо реагує на зміну значень його параметрів. А оскільки прогнозні значення параметрів мають певну невизначеність, то Європейська Комісія рекомендує розглядати значення $S1$ не як керівництво до дії, а як інформацію до роздумів при прийнятті рішень з питань бюджетно-податкової політики.

Наскільки чутливий індикатор $S1$ до змін значень його параметрів, видно з табл. 1 та наступних табл. 3–5.

Таблиця 1

Значення індикатора $S1$ залежно від цільового значення державного боргу України (b_T) при $k_1 = k_2 = 1$ та $T = 15$, % до ВВП

Цільове значення державного боргу (b_T)	0,0	11,8	20,0	59,4	60,0	71,8	100,0
Індикатор $S1$	1,7	0,7	0,0	-3,3	-3,3	-4,3	-6,6

рівень передкризового 2007 року
рівень 2023 року – останнього року прогнозного періоду МВФ [61]
рівень відповідно до Маастрихтського критерію
початкове значення – рівень 2017 року

Примітка. Затемнений стовпчик відповідає базовому сценарію.

Джерело: розраховано автором.

³Council Regulation (EC) № 1466/1997 of 7 July 1997 on the strengthening of the surveillance of budgetary positions and the surveillance and coordination of economic policies.



Так, при збільшенні цільового значення державного боргу України ($\bar{b}_T$) від 0 до 100% ВВП (див. табл. 1) значення індикатора середньострокової стійкості бюджету органів загального державного управління України (далі – розширеного бюджету України) $S1$ зменшується з 1,7% ВВП до (–6,6)% ВВП (ступінь ризику бюджетної стійкості для України (низький, середній чи високий) не визначається, оскільки $S1$ обчислюється для *первинного* балансу бюджету, а не для *структурного первинного* балансу бюджету).

Розрахунки значення індикатора $S1$ у табл. 1 проведено за формулами (8) та (6) для сценарію, в основу якого покладено прогноз МВФ для України на 2018–2023 рр. щодо номінального ВВП та первинного сальдо розширеного бюджету, виражених у національній валюті. Сценарій передбачає, що середньостроковий період триває 15 років (2018–2032 рр.) ($T=15$). Коригування первинного сальдо розширеного бюджету України проводиться одноразово ($k_2 - k_1 + 1 = 1$) в перший рік середньострокового періоду (2018 р.) ($k_1 = k_2 = 1$). Початкові значення державного боргу України та первинного сальдо розширеного бюджету України відповідають їх рівням у 2017 р., а саме: 71,8% ВВП ($\bar{b}_0 = 71,8$) та 2,4% ВВП ($n\bar{b}_0 = 2,4$). Фактична номінальна процентна ставка обслуговування державного боргу встановлюється на рівні 2017 р. і дорівнює 6,7% річних ($r_t = 0,067$)⁴. Коефіцієнти приросту номінального ВВП (γ_t) та зміни первинного сальдо розширеного бюджету України відносно 2017 р. ($\Delta n\bar{b}_t^*$) за 2018–2023 рр. розраховуються за прогнозними даними МВФ, а починаючи з 2024 р. фіксуються на відповідних рівнях 2023 р. (див. табл. 2).

Якщо за базовий сценарій розрахунку індикатора $S1$ обрати той, де цільове значення державного боргу України ($\bar{b}_T$) дорівнює рівню передкризового 2007 р. – 11,8% ВВП ($\bar{b}_T = 11,8$), то зі збільшенням порядкового номеру року, в якому проводиться одноразове коригування первинного сальдо розширеного бюджету України ($k_1 = k_2$), від першого року (2018 р.) до 10-го року (2027 р.) (див. табл. 3), $S1$ збільшуватиметься від 0,7 ВВП до 1,5% ВВП. Зі збільшенням тривалості періоду щорічних коригувань первинного сальдо розширеного бюджету України ($k_2 - k_1 + 1$) з одного року (2018–2018 рр.) до 15 років (2018–2032 рр.) (див. табл. 4) $S1$ зростатиме від 0,7 до 1,2% ВВП. А зі збільшенням тривалості середньострокового періоду (T) з 15 років (2018–2032 рр.) до 50 років (2018–2067 рр.) (див. табл. 5), $S1$ зменшуватиметься з 0,7% ВВП до (–1,8)% ВВП.

⁴ 0,067 – це відношення видатків Зведеного бюджету України на обслуговування державного боргу в 2017 р. [62] до прямого державного боргу України у 2016 р. [62].



Таблиця 2

Вихідні дані за період з 2017 р. і до нескінченності

Роки	Порядковий номер року, (t)	Номінальний ВВП у t-му році, млн грн	Коефіцієнт приросту номінального ВВП у t-му році, коефіцієнт, (γ_t)	Первинне сальдо розширеного бюджету в t-му році,		Зміна первинного сальдо розширеного бюджету в t-му році відносно 0-го року, у % до ВВП, ($\Delta p\delta_t^*$)
				млн грн	у % до ВВП, ($p\delta_t$)	
1	2	3	4 ($= (3 - 3(-1)) / 3(-1)$)	5	6 ($= 5/3 \cdot 100\%$)	7 ($= 6 - 6(0)$)
2017	0	2982920	–	71411	2,3940	–
2018	1	3331450	0,1168	49376	1,4821	–0,9
2019	2	3715384	0,1152	65228	1,7556	–0,6
2020	3	4133065	0,1124	73775	1,7850	–0,6
2021	4	4586357	0,1097	82231	1,7929	–0,6
2022	5	5080175	0,1077	92169	1,8143	–0,6
2023	6	5601479	0,1026	102346	1,8271	–0,6
2024	7	–	0,1026	–	1,8271	–0,6
2025	8	–	0,1026	–	1,8271	–0,6
...	...	...	...	...	...	...
∞	∞	–	0,1026	–	1,8271	–0,6

Примітки:

1) (–) – дані не використовуються.

2) <номер стовпчика>(-1) – дані з цього стовпчика за попередній рік.

3) <номер стовпчика>(0) – дані з цього стовпчика за 2017 р.

4) Стовпчик 5 за 2017 р. розраховано за даними Державної казначейської служби України [62] та Державної служби статистики України [63] як ($= \text{доходи Зведеного бюджету України [62]} - (\text{видатки Зведеного бюджету України [62]} - \text{процентні платежі з обслуговування державного боргу [62]}) + \text{доходи Пенсійного фонду України та фондів соціального страхування України [63]} - \text{видатки Пенсійного фонду України та фондів соціального страхування України [62]})$).

Джерело: за даними Державної служби статистики України (стовпчик 3 за 2017 р.) [63]; МВФ (стовпчики 3 та 5 за 2018–2023 рр.) [61]; Державної казначейської служби України [62] та розрахунками автора (стовпчики 4, 6 та 7; стовпчик 5 за 2017 р.).

Таблиця 3

Значення індикатора S_1 залежно від порядкового номеру року, в якому проводиться одноразове коригування первинного сальдо розширеного бюджету України ($k_1 = k_2$), при $\delta_T = 11,8$ та $T = 15$

Рік, в якому проводиться одноразове коригування первинного сальдо бюджету	2018	2019	2022	2027
Порядковий номер року, в якому проводиться одноразове коригування первинного сальдо бюджету ($k_1 = k_2$)	1	2	5	10
Індикатор S_1 , у % до ВВП	0,7	0,8	0,9	1,5

Примітка. Затемнений стовпчик відповідає базовому сценарію.

Джерело: розраховано автором.

Таблиця 4

Значення індикатора $S1$ залежно від тривалості періоду щорічних коригувань первинного сальдо розширеного бюджету України $[k_1; k_2]$ ($k_2 - k_1 + 1$) при $b_T = 11,8$, $T = 15$ та $k_1 = 1$

Період щорічного коригування первинного сальдо бюджету $[k_1; k_2]$	2018–2018	2018–2022	2018–2027	2018–2032
Тривалість періоду щорічного коригування первинного сальдо бюджету ($k_2 - k_1 + 1$), років	1	5	10	15
Величина загального коригування первинного сальдо бюджету (індикатор $S1$), у % до ВВП	0,7	0,8	1,0	1,2
Величина щорічного коригування первинного сальдо бюджету (c), у % до ВВП	0,7	0,2	0,1	0,1

Примітка. Затемнений стовпчик відповідає базовому сценарію.

Джерело: розраховано автором.

Таблиця 5

Значення індикатора $S1$ залежно від тривалості середньострокового періоду $[1; T]$ (T) при $b_T = 11,8$ та $k_1 = k_2 = 1$

Середньостроковий період $[1; T]$	2018–2030	2018–2031	2018–2032	2018–2033	2018–2034	2018–2035	2018–2036	2018–2037	2018–2052	2018–2067
Тривалість середньострокового періоду (T), років	13	14	15	16	17	18	19	20	35	50
Індикатор $S1$, у % до ВВП	1,3	1,0	0,7	0,5	0,3	0,1	–0,1	–0,2	–1,3	–1,8

Примітка. Затемнений стовпчик відповідає базовому сценарію.

Джерело: розраховано автором.

Від’ємне значення індикатора середньострокової стійкості розширеного бюджету України $S1$, наприклад, $S1 = -3,3$ (див. табл. 1), означає: якщо економіка України розвиватиметься за сценарієм, в основу якого покладено прогноз МВФ, та метою буде утримати державний борг на кінець 2032 р. на рівні, який прогнозує МВФ на кінець 2023 р. ($b_T = 59,4$), то чинна бюджетно-податкова політика *забезпечить* стійкість розширеного бюджету України у середньостроковому періоді до 2032 р.

Додатне значення індикатора $S1$ таке як $S1 = 0,7$ (див. табл. 1), означає протилежне: якщо економіка України розвиватиметься за сценарієм МВФ та метою буде знизити державний борг на кінець 2032 р. до рівня передкризового 2007 р. ($b_T = 11,8$), то чинна бюджетно-податкова політика *не забезпечить* стійкість розширеного бюджету України у середньостроковому періоді до 2032 р. У такому випадку необхідно буде змінити бюджетно-податкову полі-

тику, а саме: у 2018 р. вжити заходи, які у 2018 р. та у подальших роках середньострокового періоду зумовлять збільшення первинного сальдо розширеного бюджету України на 0,7% ВВП (тобто значення стовпчика 6 табл. 2 за 2018–2032 рр. збільшаться на 0,7% ВВП).

Якщо такі заходи не вжити у 2018 р. – першому році середньострокового періоду ($k_1=k_2=1$), а вжити в один з наступних років середньострокового періоду, наприклад, у другому ($k_1=k_2=2$), у 5-му ($k_1=k_2=5$), або в 10-му році ($k_1=k_2=10$), то чим на довший строк ці заходи відкладатимуться, тим жорсткішими вони мають бути, щоб забезпечити стійкість розширеного бюджету України у середньостроковому періоді до 2032 року (див. табл. 3). Так, заходи, відкладені на 2019 р. – другий рік середньострокового періоду ($k_1=k_2=2$), мають бути такими, щоб збільшити первинне сальдо розширеного бюджету України у 2019 р. та у наступних роках середньострокового періоду на 0,8% ВВП ($S_1=0,8$). Якщо їх вжити у 2022 р. – на п'ятому році середньострокового періоду ($k_1=k_2=5$), то вони мають забезпечити збільшення первинного сальдо розширеного бюджету України у 2022 р. та у наступних роках середньострокового періоду вже на 0,9% ВВП ($S_1=0,9$), а якщо у 2027 р. – на десятому році середньострокового періоду ($k_1=k_2=10$), то – на 1,5% ВВП ($S_1=1,5$) у 2027 р. і у наступних роках середньострокового періоду.

Якщо заходи щодо поліпшення первинного сальдо розширеного бюджету України проводити не одноразово в перший рік середньострокового періоду ($k_2-k_1+1=1$), а поступово протягом декількох років ($1 < k_2-k_1+1 \leq T$), то чим тривалішим буде період щорічного коригування первинного сальдо розширеного бюджету України, тим більшою має бути величина загального поліпшення первинного сальдо розширеного бюджету України (S_1) і тим меншою – величина щорічного такого поліпшення (c) (див. табл. 4). Так, якщо реформувати бюджетно-податкову сферу протягом 5 років ($k_2-k_1+1=5$) – з першого по п'ятий рік середньострокового періоду, то в кожен рік реформування заходи, вжиті в такому році, мають зумовлювати збільшення первинного сальдо розширеного бюджету України в цьому році та у всіх наступних роках на 0,2% ВВП ($c=0,2$) (тобто у 2018 р. значення стовпчика 6 табл. 2 за 2018–2032 рр. збільшаться на 0,2% ВВП; у 2019 р. значення цього стовпчика за 2019–2032 рр. збільшаться ще на 0,2% ВВП; у 2020 р. його значення за 2020–2032 рр. збільшаться ще на 0,2% ВВП; у 2021 р. значення стовпчика за 2021–2032 рр. знову збільшаться на 0,2% ВВП і у 2022 р. його значення за 2022–2032 рр. іще раз збільшаться на 0,2% ВВП). У результаті, після п'яти років реформ у бюджетно-податковій сфері первинне сальдо розширеного бюджету України має збільшитися в п'ятому році (2022 р.) та у наступних роках середньострокового періоду на 0,8% ВВП ($S_1=0,8$). Якщо бюджетно-податкову сферу реформувати протягом десяти років ($k_2-k_1+1=10$) з першо-

го по десятий рік середньострокового періоду, то щорічні заходи з такого реформування можуть бути менш жорсткими. Достатньо, щоб у кожен рік реформування вони зумовлювали збільшення первинного сальдо розширеного бюджету України в цьому році та у всіх наступних роках лише на 0,1% ВВП ($c=0,1$). Проте наслідком таких десятирічних заходів стане збільшення первинного сальдо розширеного бюджету України в десятому році (2027 р.) та у наступних роках середньострокового періоду на 1,0% ВВП ($S1=1,0$).

Якщо досягнення мети – знизити державний борг до рівня передкризового 2017 року ($\bar{b}_T=11,8$) – за умови реалізації сценарію МВФ макроекономічного розвитку України відкласти до 2036 р. (тобто збільшити тривалість середньострокового періоду, за який проводиться оцінка стійкості розширеного бюджету України, з 15 ($T=15$) до 19 років ($T=19$)) (див. табл. 5), то потреба в заходах з реформування бюджетно-податкової сфери для досягнення стійкості розширеного бюджету України відпаде, оскільки розширений бюджет України в середньостроковому періоді 2018–2036 рр. буде стійким ($S1=-0,1$).

Індикатор довгострокової бюджетної стійкості $S2$. Для обчислення значення індикатора довгострокової бюджетної стійкості $S2$, який виводиться з міжчасового бюджетного обмеження (4), використовується формула (9) (виведення див. додаток Б). Вона є формулою його декомпозиції:

$$S2 = \frac{\bar{b}_0}{\underbrace{\sum_{i=1}^{\infty} \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t}}_E} - n\bar{b}_0 - \frac{\sum_{i=1}^{\infty} \left(\Delta n\bar{b}_i^* \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right)}{\underbrace{\sum_{i=1}^{\infty} \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t}}_F}. \quad (9)$$

де $S2$ – індикатор довгострокової бюджетної стійкості, у % до ВВП; $\bar{b}_0$ – початковий державний борг, у % до ВВП; γ_t – коефіцієнт приросту номінального ВВП у t -му році, коефіцієнт; r_t – фактична номінальна процентна ставка обслуговування державного боргу в t -му році, в річному обчисленні, коефіцієнт; $n\bar{b}_0$ – початкове первинне сальдо бюджету, у % до ВВП; $\Delta n\bar{b}_i^*$ – зміна первинного сальдо бюджету i -го року ($i=\overline{1,\infty}$) відносно 0-го року ($\Delta n\bar{b}_i^* = n\bar{b}_i - n\bar{b}_0$), у % до ВВП.

Індикатор довгострокової бюджетної стійкості $S2$ показує величину одноразового коригування первинного сальдо бюджету в перший рік нескінченного проміжку часу $[1,\infty)$, яке необхідне для того, щоб стабілізувати значення державного боргу на цьому проміжку часу.

Індикатор $S2$, розрахований за формулою (9), складається з двох складових – E , F .

Складова E вимірює величину коригування первинного сальдо бюджету, яке зумовлене початковою бюджетною позицією. Вона дорівнює величині одноразового коригування *початкового* первинного сальдо бюджету (nb_0) в першому році, яке допомагає вийти на такий рівень первинного сальдо бюджету, якого достатньо ($\Delta nb_i^* = 0 \forall i = \overline{1, \infty}$) для того, щоб стабілізувати значення державного боргу на нескінченному проміжку часу на початковому рівні.

Складова F дорівнює величині додаткового коригування первинного сальдо бюджету, яке необхідне для того, щоб компенсувати зміни первинного сальдо бюджету відносно 0-го року (Δnb_i^* , $i = \overline{1, \infty}$).

Додатне значення індикатора довгострокової бюджетної стійкості $S2$ свідчить про те, що бюджет *нестійкий* у довгостроковій перспективі, і цей факт є наслідком чинної бюджетно-податкової політики, а *від'ємне* значення – навпаки, про те, що бюджет *стійкий* і таку стійкість забезпечує чинна бюджетно-податкова політика.

Абсолютна величина *додатного* значення індикатора $S2$ показує величину, на яку необхідно *поліпшити* первинне сальдо бюджету в *перший* рік довгострокового періоду з тим, щоб стабілізувати значення державного боргу на цьому періоді, а абсолютна величина *від'ємного* значення – величину, в межах якої *погіршення* первинного сальдо бюджету в *перший* рік довгострокового періоду не вплине на довгострокову бюджетну стійкість. Поліпшити первинне сальдо бюджету можна або шляхом збільшення доходів бюджету, або шляхом зменшення видатків бюджету, або поєднанням цих двох шляхів у різних комбінаціях. Погіршення первинного сальдо бюджету може відбуватися або через зменшення доходів бюджету, або через збільшення видатків бюджету, або через різні комбінації цих двох причин.

Значення індикатора $S2$, розраховане за формулою (9), залежить від *значень* його *параметрів*, а саме:

- початкового значення державного боргу (b_0);
- значень параметрів бюджетно-податкової політики: змін первинного сальдо бюджету відносно 0-го року (Δnb_i^* , $\forall i$) та початкового первинного сальдо бюджету (nb_0);
- значень параметрів макроекономічної політики: приростів номінального ВВП (γ_t) та номінальної процентної ставки обслуговування державного боргу (r_t).

Певний набір значень параметрів індикатора $S2$ обирається як *базовий* сценарій. В *альтернативних* сценаріях змінюються значення окремих параметрів, що дозволяє дослідити чутливість $S2$ до цих змін.



Європейська Комісія розраховує індикатор довгострокової бюджетної стійкості $S2$ так само, як індикатор середньострокової бюджетної стійкості $S1$, – на основі *структурного первинного* балансу бюджету.

Так само, залежно від значення індикатора довгострокової бюджетної стійкості *загального уряду* $S2$ виділяється три ступені *ризiku бюджетній стійкості* в довгостроковому періоді: *низький, середній та високий*.

Низькому ризику бюджетній стійкості в довгостроковому періоді відповідає індикатор довгострокової бюджетної стійкості *загального уряду* $S2$ менший від 2% ВВП ($S2 < 2$), *середньому* ризику – індикатор $S2$ більший або рівний 2% ВВП та менший або рівний 6% ВВП ($2 \leq S2 \leq 6$), а *високому* – індикатор $S2$ більший за 6% ВВП ($S2 > 6$) [6, с. 57].

При розрахунку індикатора довгострокової бюджетної стійкості $S2$ слід брати до уваги таке. Як правило, його обчислення ґрунтується на макроекономічному прогнозі, зробленому на N перших років нескінченного періоду. Починаючи з $(N+1)$ -го року значення таких параметрів, як зміна первинного сальдо бюджету відносно 0-го року ($\Delta n\bar{\sigma}_{N+i}^*$, $i=\overline{1,\infty}$), коефіцієнт приросту номінального ВВП (γ_{N+i} , $i=\overline{1,\infty}$) та номінальна процентна ставка обслуговування державного боргу (r_{N+i} , $i=\overline{1,\infty}$) фіксуються на рівні N -го року ($\Delta n\bar{\sigma}_{N+i}^* = \Delta n\bar{\sigma}_N^*$, $\gamma_{N+i} = \gamma_N$, $r_{N+i} = r_N$, $i=\overline{1,\infty}$). У такому випадку формулу для обчислення індикатора $S2$ (9) можна застосовувати лише тоді, коли номінальна процентна ставка обслуговування державного боргу (r_N) *перевищує* коефіцієнт приросту номінального ВВП (γ_N) ($r_N > \gamma_N$). Саме *перевищення* номінальної процентної ставки (r_N) над коефіцієнтом приросту номінального ВВП (γ_N) гарантує виконання умови *відсутності гри Понці* (5). Отже, існуватиме міжчасове бюджетне обмеження (4), а тому існуватиме формула розрахунку індикатора довгострокової бюджетної стійкості $S2$ (9).

Якщо припустити, що $\Delta n\bar{\sigma}_N^* = \Delta n\bar{\sigma}^*$, $\gamma_N = \gamma$, $r_N = r$, то формула розрахунку індикатора $S2$ (9) перетвориться на формулу (10) (виведення див. додаток В).

$$S2 = \frac{\bar{\sigma}_0}{\sum_{i=1}^{N-1} \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \frac{1+\gamma}{r-\gamma} \cdot \prod_{t=1}^{N-1} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t}} - n\bar{\sigma}_0 - \frac{\sum_{i=1}^{N-1} \left(\Delta n\bar{\sigma}_i^* \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right) + \Delta n\bar{\sigma}^* \cdot \frac{1+\gamma}{r-\gamma} \cdot \prod_{t=1}^{N-1} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t}}{\sum_{i=1}^{N-1} \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \frac{1+\gamma}{r-\gamma} \cdot \prod_{t=1}^{N-1} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t}}. \quad (10)$$

Для сценарію, побудованого на прогнозі МВФ для України на шість найближчих років (2018–2023 рр.) ($N=6$), (див. табл. 2), застосовувати формулу розрахунку індикатора S_2 (10) не можна, оскільки у 2023 р. та у наступних роках ($N \geq 6$) номінальна процентна ставка ($r=0,067$) буде меншою за коефіцієнт приросту номінального ВВП ($\gamma=0,1026$). Але це не означає, що немає можливості зробити висновок щодо стійкості розширеного бюджету України у довгостроковій перспективі [58, с. 12–13].

Перевищення коефіцієнта приросту номінального ВВП (γ) над номінальною процентною ставкою обслуговування державного боргу (r) спричинить те, що з часом державний борг як частка ВВП *зменшуватиметься* [16, с. 84]. А як показали сценарні розрахунки індикатора середньострокової бюджетної стійкості S_1 для різної тривалості середньострокового періоду (T) (див. табл. 5), зі збільшенням такої тривалості зростає стійкість розширеного бюджету України навіть при низькому цільовому значенні державного боргу у % до ВВП ($b_T=11,8$). Отже, за умови реалізації сценарію, в основі якого лежить прогноз МВФ для України, на нескінченному проміжку часу розширений бюджет України буде стійким.

І ще одне зауваження, яке стосується обох індикаторів бюджетної стійкості S_1 та S_2 . Як зазначалося на початку статті, бюджетні обмеження ґрунтуються на припущенні, що динаміка державного боргу жорстко ув'язана з сальдо бюджету. У 2017 р. в Україні обсяг боргового фінансування загального дефіциту Зведеного бюджету (120,7 млрд грн) значно перевищував сам дефіцит (42,1 млрд грн.) [62]. Тому для того, щоб проведені розрахунки індикаторів бюджетної стійкості були не тільки *ілюстрацією можливостей* цих індикаторів як інструменту вироблення рішень з питань бюджетно-податкової політики, а й *дієвим інструментом* вироблення таких рішень, необхідно розробити методику коригування вихідних значень первинного сальдо розширеного бюджету України (стовпчик 5 табл. 2) з урахуванням неборгових джерел фінансування Зведеного бюджету України.

Список використаних джерел

1. European Commission. The Long-term Sustainability of Public Finances in the European Union. *European Economy*. 2006. № 4. URL: http://ec.europa.eu/economy_finance/publications/pages/publication7903_en.pdf
2. European Commission. Sustainability Report – 2009. *European Economy*. 2009. № 9. URL: http://ec.europa.eu/economy_finance/publications/pages/publication15998_en.pdf
3. European Commission. Fiscal Sustainability Report 2012. *European Economy*. 2012. № 8/2012. URL: http://ec.europa.eu/economy_finance/publications/european_economy/2012/pdf/ee-2012-8_en.pdf
4. European Commission. Fiscal Sustainability Report 2015. *European Economy Institutional Paper*. January 2016. № 018. URL: https://ec.europa.eu/info/sites/info/files/file_import/ip018_en_2.pdf



5. Debt Sustainability Monitor 2016. *European Economy Institutional Paper*. January 2017. № 047. 236 p. URL: https://ec.europa.eu/info/sites/info/files/ip047_en.pdf
6. Debt Sustainability Monitor 2017. *European Economy Institutional Paper*. January 2018. № 071. 256 p. URL: https://ec.europa.eu/info/sites/info/files/economy-finance/ip071_en.pdf
7. Bericht zur Tragfähigkeit der öffentlichen Finanzen / Bundesministerium der Finanzen. Berlin, 2005. 64 p. URL: http://www.bundesfinanzministerium.de/Content/DE/Standardartikel/Themen/Oeffentliche_Finanzen/Tragfaehige_Staatsfinanzen/2005-06-17-1-tragfaehigkeitsbericht-anlage.pdf?__blob=publicationFile&v=3
8. Zweiter Bericht zur Tragfähigkeit der öffentlichen Finanzen / Bundesministerium der Finanzen. Berlin, 2008. 74 p. URL: https://www.bundesfinanzministerium.de/Content/DE/Standardartikel/Themen/Oeffentliche_Finanzen/Tragfaehige_Staatsfinanzen/2008-06-04-2-tragfaehigkeitsbericht-anlage.pdf?__blob=publicationFile&v=9
9. Third Report on the Sustainability of Public Finances / Federal Ministry of Finance (BMF). Berlin, October 2011. 60 p. URL: https://www.bundesfinanzministerium.de/Content/EN/Standardartikel/Press_Room/Publications/Brochures/2011-10-31-third-report-on-the-sustainability.pdf?__blob=publicationFile&v=3
10. Fourth Report on the Sustainability of Public Finances / Federal Ministry of Finance (BMF). Berlin, February 2016. 66 p. URL: https://www.bundesfinanzministerium.de/Content/EN/Standardartikel/Press_Room/Publications/Brochures/2016-09-15-Fourth-Report-on-Sustainability.pdf?__blob=publicationFile&v=7
11. Fiscal sustainability report / Office for Budget Responsibility. London, July 2011. URL: http://obr.uk/docs/dlm_uploads/FSR2011.pdf
12. Fiscal sustainability report / Office for Budget Responsibility. London, July 2012. URL: http://obr.uk/docs/dlm_uploads/FSR2012WEB.pdf
13. Fiscal sustainability report / Office for Budget Responsibility. London, July 2013. URL: http://obr.uk/docs/dlm_uploads/2013-FSR_OBR_web.pdf
14. Fiscal sustainability report / Office for Budget Responsibility. London, July 2014. URL: <http://cdn.obr.uk/41298-OBOR-accessible.pdf>
15. Fiscal sustainability report / Office for Budget Responsibility. London, June 2015. URL: http://obr.uk/docs/dlm_uploads/49753_OBR-Fiscal-Report-Web-Accessible.pdf
16. Fiscal sustainability report / Office for Budget Responsibility. London, January 2017. URL: http://cdn.obr.uk/FSR_Jan17.pdf
17. Konjunkturinstitutet. Förstudie: Konjunkturinstitutets beräkning av S2-indikatorn. *Specialstudier*. January 2012. № 29. URL: <http://www.konj.se/download/18.75c1a082150f472195814b96/1447232178730/Specialstudie-29.pdf>
18. National Institute of Economic Research. Is an Unchanged Public Sector Commitment a Sustainable Commitment? An assessment of the long-term sustainability of Swedish public finances. *Occasional Studies*. March 2014. № 39. URL: <https://www.konj.se/download/18.2de531e0151549bd6822c520/1448876059815/occasional-study-39.pdf>
19. National Institute of Economic Research. The long-term sustainability of Sweden's public finances. *Occasional Studies*. March 2015. № 43. URL: <http://www.konj.se/download/18.2de531e0151549bd6822b9af/1448875883622/The-long-term-sustainability-of-swedens-public-finances.pdf>
20. National Institute of Economic Research. Fiscal sustainability report 2016. *Occasional Studies*. March 2016. № 47. URL: <https://www.konj.se/download/18.2988ec81154205dcb0fc8c51/1461069918567/Occasional-study-47-Fiscal-sustainability-report-2016.pdf>

21. National Institute of Economic Research. Fiscal sustainability report 2017. *Occasional Studies*. April 2017. № 48. URL: <https://www.konj.se/download/18.1756a71015b3ef099b193e77/1491568627591/FiscalSustainabilityReport2017.pdf>
22. National Institute of Economic Research. Fiscal sustainability report 2018. *Occasional Studies*. April 2018. № 48. URL: https://www.konj.se/download/18.11094cd61630080e002f21d/1524816375000/Hållbarhetsrapport_engelsk.pdf
23. Report on the long-term sustainability of public finances in Switzerland / Federal Finance Administration. Bern, April 2008. 34 p. URL: www.efv.admin.ch/e/dokumentation/downloads/themen/wirtschaft/oekonomenteam/OE_Langfristperspektive_en.pdf
24. Report on the Long-Term Sustainability of Public Finances in Switzerland / Federal Department of Finance. Bern, 25 January 2012. 48 p. URL: http://www.alexandria.admin.ch/Langfristperspektive_e_web.pdf
25. Report on the Long-Term Sustainability of Public Finances in Switzerland / Federal Department of Finance. Bern, 28 April 2016. 80 p. URL: <https://www.efd.admin.ch/dam/efd/en/dokumente/home/dokumentation/publikationen/Langfristperspektiven2016.pdf.download.pdf/Langfristperspektive-e.pdf>
26. The Long-Term Budget Outlook / Congressional Budget Office. Washington, D.C., June 2010 (Revised August 2010). 90 p. URL: <https://www.cbo.gov/sites/default/files/111th-congress-2009-2010/reports/06-30-ltbo.pdf>
27. CBO's 2011 Long-Term Budget Outlook / Congressional Budget Office. Washington, D.C., June 2011. 108 p. URL: https://www.cbo.gov/sites/default/files/112th-congress-2011-2012/reports/06-21-Long-Term_Budget_Outlook.pdf
28. The 2012 Long-Term Budget Outlook / Congressional Budget Office. Washington, D.C., June 2012. 109 p. URL: https://www.cbo.gov/sites/default/files/112th-congress-2011-2012/reports/06-05-Long-Term_Budget_Outlook_2.pdf
29. The 2013 Long-Term Budget Outlook / Congressional Budget Office. Washington, D.C., September 2013. 126 p. URL: <https://www.cbo.gov/sites/default/files/113th-congress-2013-2014/reports/44521-ltbo20130.pdf>
30. The 2014 Long-Term Budget Outlook / Congressional Budget Office. Washington, D.C., July 2014. 140 p. URL: <https://www.cbo.gov/sites/default/files/113th-congress-2013-2014/reports/45471-long-termbudgetoutlook7-29.pdf>
31. The 2015 Long-Term Budget Outlook / Congressional Budget Office. Washington, D.C., June 2015. 132 p. URL: <https://www.cbo.gov/sites/default/files/114th-congress-2015-2016/reports/50250-longtermbudgetoutlook-4.pdf>
32. The 2016 Long-Term Budget Outlook / Congressional Budget Office. Washington, D.C., July 2016. 118 p. URL: <https://www.cbo.gov/sites/default/files/114th-congress-2015-2016/reports/51580-ltbo-2.pdf>
33. The 2017 Long-Term Budget Outlook / Congressional Budget Office. Washington, D.C., March 2017. 55 p. URL: <https://www.cbo.gov/system/files/115th-congress-2017-2018/reports/52480-ltbo.pdf>
34. Financial Report of the United States Government 2010 / Department of the Treasury. Washington, D.C., 2010. 268 p. URL: <https://www.fiscal.treasury.gov/fsreports/rpt/finrep/fr/10frusg/10frusg.pdf>
35. Financial Report of the United States Government 2011 / Department of the Treasury. Washington, D.C., 2011. 254 p. URL: <https://www.fiscal.treasury.gov/fsreports/rpt/finrep/fr/11frusg/11frusg.pdf>



36. Financial Report of the United States Government 2012 / Department of the Treasury. Washington, D.C., 2013. 260 p. URL: <https://www.fiscal.treasury.gov/fsreports/rpt/finrep/fr/12frusg/12frusg.pdf>
37. Financial Report of the United States Government 2013 / Department of the Treasury. Washington, D.C., 2014. 260 p. URL: <https://www.fiscal.treasury.gov/fsreports/rpt/finrep/fr/13frusg/FR-Summary-2013.pdf>
38. Financial Report of the United States Government 2014 / Department of the Treasury. Washington, D.C., 2015. 268 p. URL: https://www.fiscal.treasury.gov/fsreports/rpt/finrep/fr/14frusg/FR_02252015_Final.pdf
39. Financial Report of the United States Government 2015 / Department of the Treasury. Washington, D.C., 2016. 274 p. URL: [https://www.fiscal.treasury.gov/fsreports/rpt/finrep/fr/15frusg/02242016_FR\(Final\).pdf](https://www.fiscal.treasury.gov/fsreports/rpt/finrep/fr/15frusg/02242016_FR(Final).pdf)
40. Financial Report of the United States Government 2016/ Department of the Treasury. Washington, D.C., 2017. 274 p. URL: [https://www.fiscal.treasury.gov/fsreports/rpt/finrep/fr/16frusg/01112017FR_\(Final\).pdf](https://www.fiscal.treasury.gov/fsreports/rpt/finrep/fr/16frusg/01112017FR_(Final).pdf)
41. Financial Report of the United States Government 2017 / Department of the Treasury. Washington, D.C., 2018. 256 p. URL: [https://www.fiscal.treasury.gov/fsreports/rpt/finrep/fr/17frusg/02142018_FR\(Final\).pdf](https://www.fiscal.treasury.gov/fsreports/rpt/finrep/fr/17frusg/02142018_FR(Final).pdf)
42. Fiscal Sustainability Report / Office of the Parliamentary Budget Officer. Ottawa, 18 February 2010. 47 p. URL: http://www.pbo-dpb.gc.ca/web/default/files/files/files/Publications/FSR_2010.pdf
43. Fiscal Sustainability Report 2011 / Office of the Parliamentary Budget Officer. Ottawa, 29 September 2011. 43 p. URL: http://www.pbo-dpb.gc.ca/web/default/files/files/files/Publications/FSR_2011.pdf
44. Fiscal Sustainability Report 2012 / Office of the Parliamentary Budget Officer. Ottawa, 27 September 2012. 56 p. URL: http://www.pbo-dpb.gc.ca/web/default/files/files/files/FSR_2012.pdf
45. Fiscal Sustainability Report 2013 / Office of the Parliamentary Budget Officer. Ottawa, 26 September 2013. 46 p. URL: http://www.pbo-dpb.gc.ca/web/default/files/files/files/FSR_2013.pdf
46. Fiscal Sustainability Report 2014 / Office of the Parliamentary Budget Officer. Ottawa, 30 September 2014. 46 p. URL: http://www.pbo-dpb.gc.ca/web/default/files/files/files/FSR_2014.pdf
47. Fiscal Sustainability Report 2015 / Office of the Parliamentary Budget Officer. Ottawa, 21 July 2015. 18 p. URL: http://www.pbo-dpb.gc.ca/web/default/files/files/files/FSR_2015_EN.pdf
48. Fiscal Sustainability Report 2016 / Office of the Parliamentary Budget Officer. Ottawa, 28 June 2016. 31 p. URL: http://www.pbo-dpb.gc.ca/web/default/files/Documents/Reports/2016/FSR_2016/FSR_2016_EN.pdf
49. Fiscal Sustainability Report 2017 / Office of the Parliamentary Budget Officer. Ottawa, 5 October 2017. 125 p. URL: http://www.pbo-dpb.gc.ca/web/default/files/Documents/Reports/2017/FSR Oct 2017/FSR_2017_FINAL_EN.pdf
50. Гасанов С.С., Кудряшов В.П., Балакін Р.Л. Формування системи індикаторів фінансової стійкості сектору загального державного управління. *Фінанси України*. 2012. № 9. С. 18–36. URL: http://finukr.org.ua/docs/FU_12_09_018_uk.pdf

51. Тимошенко М.В. Фіскальна стійкість як підґрунтя середньострокового бюджетного планування. *Наукові записки Національного університету "Острозька академія", серія "Економіка"*. 2013. Вип. 23. С. 189–193. URL: <http://ecj.oa.edu.ua/articles/2013/p23/37.pdf>
52. Лактіонова О.А. Методичний підхід до оцінки гнучкості фіскальної політики в умовах циклічного розвитку економіки. *Проблеми економіки*. 2014. № 3. С. 124–138. URL: http://www.problecon.com/export_pdf/problems-of-economy-2014-3_0-pages-124_138.pdf
53. Уманський І.І. Стійкість державних фінансів в умовах євроінтеграційних процесів. *Фінанси України*. 2015. № 1. С. 9–28. URL: http://finukr.org.ua/docs/FU_15_01_009_uk.pdf
54. Богдан І.В. Стійкість державних фінансів України та оцінка фіскального розриву на період до 2020 року. *Фінанси України*. 2015. № 9. С. 61–77. URL: http://finukr.org.ua/docs/FU_15_09_061_uk.pdf
55. Bogdan T., Landesmann M. From Fiscal Austerity towards Growth-Enhancing Fiscal Policy in Ukraine. *wiiw Research Reports*. April 2017. № 417.. 76 p. URL: <https://wiiw.ac.at/from-fiscal-austerity-towards-growth-enhancing-fiscal-policy-in-ukraine-dlp-4189.pdf>
56. Башко В. Й. Фіскальна стійкість та бюджетні правила в Україні. *Фінанси України*. 2017. № 6. С. 26–37. URL: http://finukr.org.ua/docs/FU_17_06_026_uk.pdf
57. Степанова О.В. Фінансування охорони здоров'я та фіскальна стійкість. *Фінанси України*. 2018. № 7. С. 64–80. URL: http://finukr.org.ua/?page_id=723&aid=4532&lang=uk
58. Escolano J. A Practical Guide to Public Debt Dynamics, Fiscal Sustainability, and Cyclical Adjustment of Budgetary Aggregates. *IMF Technical Notes and Manuals*. January 2010. № 10/02. 26 p. URL: <http://www.imf.org/external/pubs/ft/tnm/2010/tnm1002.pdf>
59. Горюнов Е.Л., Котликофф Л., Синельников-Мурылев С.Г. Теоретические основы бюджетного разрыва как показателя долгосрочной фискальной устойчивости и его оценка для России. *Научные труды*. № 168Р. Москва: Изд-во Ин-та Гайдара, 2015. 60 с. URL: https://iep.ru/files/text/working_papers/Nauchnye_trudy-168.pdf
60. European Commission. The impact of ageing on public expenditure: projections for the EU-25 Member States on pensions, healthcare, long-term care, education and unemployment transfers (2004-2050) – Annex. *Special Reports*. 2006. № 1/2006-Annex. URL: http://ec.europa.eu/economy_finance/publications/pages/publication6662_en.pdf
61. World Economic Outlook Database, April 2018. / World Economic Outlook database: Tab Delimited Values: By Countries. URL: <https://www.imf.org/external/pubs/ft/weo/2018/01/weodata/download.aspx>
62. Звітність про виконання бюджетів України за 2017 рік. URL: <http://www.treasury.gov.ua/main/uk/doccatalog/list?currDir=400657>.
63. Економічні та фінансові показники України. URL: <http://www.ukrstat.gov.ua/imf/Pokaz.html>

Надійшла до редакції 27.06.2018 р.



Твердохлебова Д.В., канд. экон. наук,

старший научный сотрудник

ГУ "Институт экономики и прогнозирования НАН Украины"

ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНДИКАТОРОВ БЮДЖЕТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ

В своих исследованиях бюджетно-налоговой политики украинские ученые приобщились к практике использования индикаторов бюджетной устойчивости. Однако некоторые исследователи позволяют себе вольно обращаться с формулами этих индикаторов (отбрасывают отдельные составляющие или вводят новые переменные), что ставит под сомнение результаты расчетов и сделанные на их основе выводы. В статье раскрыто происхождения формул индикаторов бюджетной устойчивости. Приводится выведение однопериодного бюджетного ограничения в относительных показателях, бюджетного ограничения для конечного промежутка времени и бюджетного ограничения для бесконечного промежутка времени (межвременного бюджетного ограничения). Раскрыто содержание отсутствия игры Понци. Показано, как из бюджетного ограничения для конечного промежутка времени выводится формула расчета индикатора среднесрочной бюджетной устойчивости $S1$, а из межвременного бюджетного ограничения – формула расчета индикатора долгосрочной бюджетной устойчивости $S2$. Объяснено значение этих индикаторов и их составляющих в соответствии с трактовками Европейской Комиссии. Выделены параметры, значения которых влияют на значения индикаторов бюджетной устойчивости. Показано, какие целевые значения государственного долга выбирают страны, составляющие отчеты о бюджетной устойчивости. Приведены статьи доходов и расходов, влияние которых на устойчивость бюджета исследуется различными странами. Определен базовый и альтернативный сценарии расчетов. На примере Канады и Европейского Союза показано, каковы значения параметров индикатора среднесрочной бюджетной устойчивости $S1$ в базовом сценарии и какие значения эти параметры могут приобретать в альтернативных сценариях. Отмечено, что с помощью индикаторов бюджетной устойчивости оценивается устойчивость как общего бюджета страны, так и бюджетов нижних уровней, а также бюджетов государственных фондов социального страхования. Приведена классификация рисков бюджетной устойчивости в среднесрочном и долгосрочном периодах, которую использует Европейская Комиссия. На примере Украины показана чувствительность индикатора среднесрочной бюджетной устойчивости $S1$ к изменению значений его параметров. Проиллюстрирован процесс принятия решений относительно вопросов бюджетно-налоговой политики с помощью индикаторов бюджетной устойчивости $S1$ и $S2$. Выделены моменты, на которые необходимо обращать внимание при расчете значений этих индикаторов.

Ключевые слова: бюджетно-налоговая политика, бюджетный разрыв, бюджетная устойчивость, индикаторы бюджетной устойчивости, бюджетные ограничения

D.Tverdokhlibova, PhD in Economics,
Senior Researcher,
Institute for Economics and Forecasting, NAS of Ukraine

THEORY AND PRACTICE OF THE USE OF FISCAL SUSTAINABILITY INDICATORS

The author notes that, in their studies on fiscal policy, Ukrainian scientists are now beginning to use fiscal sustainability indicators. However, some researchers allow themselves to freely treat the formulas of these indicators (by discarding individual components or introducing new variables), which calls into question the results of calculations and conclusions drawn from them. The article reveals the origin of the formulas for fiscal sustainability indicators. The author presents the derivation of a one-period budget constraint in relative variables, a budget constraint for a finite period of time and a budget constraint for an infinite period of time (intertemporal budget constraint). The content of the no-Ponzi game condition is revealed.

The author shows how the formula for calculating the indicator of medium-term fiscal sustainability $S1$ is derived from a budget constraint for a finite period of time, and the formula for calculating the indicator of long-term fiscal sustainability $S2$ – from an intertemporal budget constraint. The meaning of these indicators and their components is explained in accordance with the interpretations of the European Commission. Identified parameters whose values affect the values of fiscal sustainability indicators. It is shown which target values of public debt are selected by the countries that compile reports on fiscal sustainability. The author provides the items of revenues and expenses, whose impact on fiscal sustainability is investigated in different countries and gives a concept of basic and alternative calculation scenarios.

The example of Canada and the European Union shows the values of the parameters of the medium-term fiscal sustainability indicator $S1$ in the baseline scenario and what values these parameters may have in the alternative scenarios. It is noted that, with the help of fiscal sustainability indicators, it is possible to assess the sustainability of both the general government budget and budgets of lower levels, as well as budgets of state social insurance funds. Presented the classification of the risks to fiscal sustainability in the medium and long-term periods, which is used by the European Commission. On the example of Ukraine, the author shows the sensitivity of medium-term fiscal sustainability indicator $S1$ to changes in the values of its parameters. The process of decision-making on fiscal policy with the help of fiscal sustainability indicators $S1$ and $S2$ is illustrated. Highlighted the points that need to be considered when calculating the indicators' values.

Keywords: fiscal policy, fiscal gap, fiscal sustainability, fiscal sustainability indicators, budget constraints



References

1. European Commission (2006). The Long-term Sustainability of Public Finances in the European Union. *European Economy*, 4. Retrieved from http://ec.europa.eu/economy_finance/publications/pages/publication7903_en.pdf
2. European Commission (2009). Sustainability Report – 2009. *European Economy*, 9. Retrieved from http://ec.europa.eu/economy_finance/publications/pages/publication15998_en.pdf
3. European Commission (2012). Fiscal Sustainability Report 2012. *European Economy*, 8. Retrieved from http://ec.europa.eu/economy_finance/publications/european_economy/2012/pdf/ee-2012-8_en.pdf
4. European Commission (2016, January). Fiscal Sustainability Report 2015. *European Economy Institutional Paper*, 018. Retrieved from https://ec.europa.eu/info/sites/info/files/file_import/ip018_en_2.pdf
5. European Commission (2017, January). Debt Sustainability Monitor 2016. *European Economy Institutional Paper*, 047. Retrieved from https://ec.europa.eu/info/sites/info/files/ip047_en.pdf
6. European Commission. (2018, January). Debt Sustainability Monitor 2017. *European Economy Institutional Paper*, 071. Retrieved from https://ec.europa.eu/info/sites/info/files/economy-finance/ip071_en.pdf
7. Federal Ministry of Finance (BMF) (2005). Bericht zur Tragfähigkeit der öffentlichen Finanzen. Report on the Sustainability of Public Finances. Berlin. Retrieved from http://www.bundesfinanzministerium.de/Content/DE/Standardartikel/Themen/Oeffentliche_Finanzen/Tragfaehige_Staatsfinanzen/2005-06-17-1-tragfaehigkeitsbericht-anlage.pdf?__blob=publicationFile&v=3 [in German].
8. Federal Ministry of Finance (BMF). (2008). Zweiter Bericht zur Tragfähigkeit der öffentlichen Finanzen. Second Report on the Sustainability of Public Finances. Berlin. Retrieved from https://www.bundesfinanzministerium.de/Content/DE/Standardartikel/Themen/Oeffentliche_Finanzen/Tragfaehige_Staatsfinanzen/2008-06-04-2-tragfaehigkeitsbericht-anlage.pdf?__blob=publicationFile&v=9 [in German].
9. Federal Ministry of Finance (BMF) (2011, October). Third Report on the Sustainability of Public Finances. Berlin. Retrieved from https://www.bundesfinanzministerium.de/Content/EN/Standardartikel/Press_Room/Publications/Brochures/2011-10-31-third-report-on-the-sustainability.pdf?__blob=publicationFile&v=3
10. Federal Ministry of Finance (BMF) (2016, February). Fourth Report on the Sustainability of Public Finances. Berlin. Retrieved from https://www.bundesfinanzministerium.de/Content/EN/Standardartikel/Press_Room/Publications/Brochures/2016-09-15-Fourth-Report-on-Sustainability.pdf?__blob=publicationFile&v=7
11. Office for Budget Responsibility (2011, July). Fiscal sustainability report. London. Retrieved from http://obr.uk/docs/dlm_uploads/FSR2011.pdf
12. Office for Budget Responsibility (2012, July). Fiscal sustainability report. London. Retrieved from http://obr.uk/docs/dlm_uploads/FSR2012WEB.pdf
13. Office for Budget Responsibility (2013, July). Fiscal sustainability report. London. Retrieved from http://obr.uk/docs/dlm_uploads/2013-FSR_OBR_web.pdf
14. Office for Budget Responsibility (2014, July). Fiscal sustainability report. London. Retrieved from <http://cdn.obr.uk/41298-OBR-accessible.pdf>

15. Office for Budget Responsibility. (2015, June). Fiscal sustainability report. London. Retrieved from http://obr.uk/docs/dlm_uploads/49753_OBR-Fiscal-Report-Web-Accessible.pdf
16. Office for Budget Responsibility (2017, January). Fiscal sustainability report. London. Retrieved from http://cdn.obr.uk/FSR_Jan17.pdf
17. National Institute of Economic Research (2012, January). Förstudie: Konjunktur institutets beräkning av S2-indikatorn. *Specialstudier – Occasional Study*, 29. Retrieved from <http://www.konj.se/download/18.75c1a082150f472195814b96/1447232178730/Specialstudie-29.pdf> [in Swedish].
18. National Institute of Economic Research (2014, March). Is an Unchanged Public Sector Commitment a Sustainable Commitment? An assessment of the long-term sustainability of Swedish public finances. *Occasional Studies*, 39. Retrieved from <https://www.konj.se/download/18.2de531e0151549bd6822c520/1448876059815/occasional-study-39.pdf>
19. National Institute of Economic Research (2015, March). The long-term sustainability of Sweden's public finances. *Occasional Studies*, 43. Retrieved from <http://www.konj.se/download/18.2de531e0151549bd6822b9af/1448875883622/The-long-term-sustainability-of-swedens-public-finances.pdf>
20. National Institute of Economic Research (2016, March). Fiscal sustainability report 2016. *Occasional Studies*, 47. Retrieved from <https://www.konj.se/download/18.2988ec81154205dcb0fc8c51/1461069918567/Occasional-study-47-Fiscal-sustainability-report-2016.pdf>
21. National Institute of Economic Research (2017, April). Fiscal sustainability report 2017. *Occasional Studies*, 48. Retrieved from <https://www.konj.se/download/18.1756a71015b3ef099b193e77/1491568627591/FiscalSustainabilityReport2017.pdf>
22. National Institute of Economic Research (2018, April). Fiscal sustainability report 2018. *Occasional Studies*. Retrieved from <https://www.konj.se/download/18.11094cd61630080e002f21d/1524816375000/Hållbarhetsrapport-engelsk.pdf>
23. Federal Finance Administration (2008, April). Report on the long-term sustainability of public finances in Switzerland. Bern. Retrieved from www.efv.admin.ch/e/dokumentation/downloads/themen/wirtschaft/oekonomenteam/OE_Langfristperspektive_en.pdf
24. Federal Department of Finance (2012, January 25). Report on the Long-Term Sustainability of Public Finances in Switzerland. Bern. Retrieved from http://www.alexandria.admin.ch/Langfristperspektive_e_web.pdf
25. Federal Department of Finance (2016, April 28). Report on the Long-Term Sustainability of Public Finances in Switzerland. Bern. Retrieved from <https://www.efd.admin.ch/dam/efd/en/dokumente/home/dokumentation/publikationen/Langfristperspektiven2016.pdf.download.pdf/Langfristperspektive-e.pdf>
26. Congressional Budget Office. (2010, June / Revised 2010, August). The Long-Term Budget Outlook. Washington, D.C. Retrieved from <https://www.cbo.gov/sites/default/files/111th-congress-2009-2010/reports/06-30-ltbo.pdf>
27. Congressional Budget Office (2011, June). CBO's 2011 Long-Term Budget Outlook. Washington, D.C. Retrieved from https://www.cbo.gov/sites/default/files/112th-congress-2011-2012/reports/06-21-Long-Term_Budget_Outlook.pdf
28. Congressional Budget Office. (2012, June). The 2012 Long-Term Budget Outlook. Washington, D.C. Retrieved from https://www.cbo.gov/sites/default/files/112th-congress-2011-2012/reports/06-05-Long-Term_Budget_Outlook_2.pdf



29. Congressional Budget Office (2013, September). The 2013 Long-Term Budget Outlook. Washington, D.C. Retrieved from <https://www.cbo.gov/sites/default/files/113th-congress-2013-2014/reports/44521-ltbo20130.pdf>
30. Congressional Budget Office (2014, July). The 2014 Long-Term Budget Outlook. Washington, D.C. Retrieved from <https://www.cbo.gov/sites/default/files/113th-congress-2013-2014/reports/45471-long-termbudgetoutlook7-29.pdf>
31. Congressional Budget Office (2015, June). The 2015 Long-Term Budget Outlook. Washington, D.C. Retrieved from <https://www.cbo.gov/sites/default/files/114th-congress-2015-2016/reports/50250-longtermbudgetoutlook-4.pdf>
32. Congressional Budget Office (2016, July). The 2016 Long-Term Budget Outlook. Washington, D.C. Retrieved from <https://www.cbo.gov/sites/default/files/114th-congress-2015-2016/reports/51580-ltbo-2.pdf>
33. Congressional Budget Office (2017, March). The 2017 Long-Term Budget Outlook. Washington, D.C. Retrieved from <https://www.cbo.gov/system/files/115th-congress-2017-2018/reports/52480-ltbo.pdf>
34. Department of the Treasury (2010). Financial Report of the United States Government 2010. Washington, D.C. Retrieved from <https://www.fiscal.treasury.gov/fsreports/rpt/finrep/fr/10frusg/10frusg.pdf>
35. Department of the Treasury (2011). Financial Report of the United States Government 2011. Washington, D.C. URL: <https://www.fiscal.treasury.gov/fsreports/rpt/finrep/fr/11frusg/11frusg.pdf>
36. Department of the Treasury (2013). Financial Report of the United States Government 2012. Washington, D.C. URL: <https://www.fiscal.treasury.gov/fsreports/rpt/finrep/fr/12frusg/12frusg.pdf>
37. Department of the Treasury (2014). Financial Report of the United States Government 2013. Washington, D.C. URL: <https://www.fiscal.treasury.gov/fsreports/rpt/finrep/fr/13frusg/FR-Summary-2013.pdf>
38. Department of the Treasury (2015). Financial Report of the United States Government 2014. Washington, D.C. URL: https://www.fiscal.treasury.gov/fsreports/rpt/finrep/fr/14frusg/FR_02252015_Final.pdf
39. Department of the Treasury (2016). Financial Report of the United States Government 2015. Washington, D.C. URL: [https://www.fiscal.treasury.gov/fsreports/rpt/finrep/fr/15frusg/02242016_FR\(Final\).pdf](https://www.fiscal.treasury.gov/fsreports/rpt/finrep/fr/15frusg/02242016_FR(Final).pdf)
40. Department of the Treasury (2017). Financial Report of the United States Government 2016. Washington, D.C. URL: [https://www.fiscal.treasury.gov/fsreports/rpt/finrep/fr/16frusg/01112017FR_\(Final\).pdf](https://www.fiscal.treasury.gov/fsreports/rpt/finrep/fr/16frusg/01112017FR_(Final).pdf)
41. Department of the Treasury (2018). Financial Report of the United States Government 2017. Washington, D.C. URL: [https://www.fiscal.treasury.gov/fsreports/rpt/finrep/fr/17frusg/02142018_FR\(Final\).pdf](https://www.fiscal.treasury.gov/fsreports/rpt/finrep/fr/17frusg/02142018_FR(Final).pdf)
42. Office of the Parliamentary Budget Officer. (2010, February 18). Fiscal Sustainability Report. Ottawa. 47 p. Retrieved from http://www.pbo-dpb.gc.ca/web/default/files/files/files/Publications/FSR_2010.pdf
43. Office of the Parliamentary Budget Officer. (2011, September 29). Fiscal Sustainability Report 2011. Ottawa. 43 p. Retrieved from http://www.pbo-dpb.gc.ca/web/default/files/files/files/Publications/FSR_2011.pdf



44. Office of the Parliamentary Budget Officer (2012, September 27). Fiscal Sustainability Report 2012. Ottawa. 56 p. Retrieved from http://www.pbo-dpb.gc.ca/web/default/files/files/files/FSR_2012.pdf
45. Office of the Parliamentary Budget Officer (2013, September 26). Fiscal Sustainability Report 2013. Ottawa. 46 p. Retrieved from http://www.pbo-dpb.gc.ca/web/default/files/files/files/FSR_2013.pdf
46. Office of the Parliamentary Budget Officer (2014, September 30). Fiscal Sustainability Report 2014. Ottawa. 46 p. Retrieved from http://www.pbo-dpb.gc.ca/web/default/files/files/files/FSR_2014.pdf
47. Office of the Parliamentary Budget Officer (2015, July 21). Fiscal Sustainability Report 2015. Ottawa. 18 p. Retrieved from http://www.pbo-dpb.gc.ca/web/default/files/files/files/FSR_2015_EN.pdf
48. Office of the Parliamentary Budget Officer (2016, June 28). Fiscal Sustainability Report 2016. Ottawa. 31 p. Retrieved from http://www.pbo-dpb.gc.ca/web/default/files/Documents/Reports/2016/FSR_2016/FSR_2016_EN.pdf
49. Office of the Parliamentary Budget Officer (2017, October 5). Fiscal Sustainability Report 2017. Ottawa. 125 p. Retrieved from http://www.pbo-dpb.gc.ca/web/default/files/Documents/Reports/2017/FSR Oct 2017/FSR_2017_FINAL_EN.pdf
50. Hasanov, S.S., Kudrjashov, V.P., Balakin, R.L. (2012). Formation of the system of fiscal sustainability indicators of the general government. *Finansy Ukrainy – Finance of Ukraine*, 9, 18-36. Retrieved from http://finukr.org.ua/docs/FU_12_09_018_uk.pdf [in Ukrainian].
51. Tymoshenko, M.V. (2013). Fiscal sustainability as a basis for medium-term budget planning. *Naukovi zapysky Natsionalnoho universytetu "Ostrozkaakademii", seriia "Ekonomika" – Scientific Notes of Ostroh Academy National University, "Economics" series*, 23, 189-193. Retrieved from <http://ecj.oa.edu.ua/articles/2013/n23/37.pdf> [in Ukrainian].
52. Laktionova, O.A. (2014). Methodological approach to the evaluation of the flexibility of fiscal policy in the context of cyclical development of the economy. *Problemy ekonomiky – The problems of economy*, 3, 124-138. Retrieved from http://www.problecon.com/export_pdf/problems-of-economy-2014-3_0-pages-124_138.pdf [in Ukrainian].
53. Umanskyi, I.I. (2015). Public finance sustainability in the context of European integration processes. *Finansy Ukrainy – Finance of Ukraine*, 1, 9-28. Retrieved from http://finukr.org.ua/docs/FU_15_01_009_uk.pdf [in Ukrainian].
54. Bohdan, I.V. (2015). Fiscal sustainability in Ukraine and assessment of the fiscal gaps up to 2020. *Finansy Ukrainy – Finance of Ukraine*, 9, 61-77. Retrieved from http://finukr.org.ua/docs/FU_15_09_061_uk.pdf [in Ukrainian].
55. Bogdan, T., Landesmann, M. (2017, April). From Fiscal Austerity towards Growth-Enhancing Fiscal Policy in Ukraine. *wiiw Research Reports*, 417. Retrieved from <https://wiiw.ac.at/from-fiscal-austerity-towards-growth-enhancing-fiscal-policy-in-ukraine-dlp-4189.pdf>
56. Bashko, V.Y. (2017). Fiscal sustainability and budget rules in Ukraine. *Finansy Ukrainy – Finance of Ukraine*, 6, 26-37. Retrieved from http://finukr.org.ua/docs/FU_17_06_026_uk.pdf [in Ukrainian].
57. Stepanova, O.V. (2018). Health care financing and fiscal sustainability. *Finansy Ukrainy – Finance of Ukraine*, 7, 64-80. Retrieved from http://finukr.org.ua/?page_id=723&aid=4532&lang=uk [in Ukrainian].



58. Escolano, J. (2010, January). A Practical Guide to Public Debt Dynamics, Fiscal Sustainability, and Cyclical Adjustment of Budgetary Aggregates. *IMF Technical Notes and Manuals*, 10/02. Retrieved from <http://www.imf.org/external/pubs/ft/tnm/2010/tnm1002.pdf>
59. Goryunov, E.L., Kotlikoff, L., Sinelnikov-Murylev, S.G. (2015). Theoretical foundations of fiscal gap as a long-term fiscal sustainability indicator and its estimates for Russia. *Nauchnye trudy – Scientific works*, 168P. Moscow: Gaidar Institute Press. Retrieved from https://iep.ru/files/text/working_papers/Nauchnye_trudy-168.pdf [in Russian].
60. European Commission. (2006). The impact of ageing on public expenditure: projections for the EU-25 Member States on pensions, healthcare, long-term care, education and unemployment transfers (2004-2050) – Annex. *Special Reports*,. 1/2006-Annex. Retrieved from http://ec.europa.eu/economy_finance/publications/pages/publication6662_en.pdf
61. World Economic Outlook Database, April 2018. Download entire World Economic Outlook database: Tab Delimited Values: By Countries. URL: <https://www.imf.org/external/pubs/ft/weo/2018/01/weodata/download.aspx>
62. Reporting on Execution of the Budgets of Ukraine for 2017. Retrieved from <http://www.treasury.gov.ua/main/uk/doccatalog/list?currDir=400657> [in Ukrainian].
63. Economic and Financial Data for Ukraine. Retrieved from <http://www.ukrstat.gov.ua/imf/Pokaz.html> [in Ukrainian].

БЮДЖЕТНІ ОБМЕЖЕННЯ ДЛЯ СКІНЧЕНОГО ТА НЕСКІНЧЕНОГО ПРОМІЖКІВ ЧАСУ

Бюджетне обмеження для нескінченного проміжку часу (міжчасове бюджетне обмеження) виводиться з бюджетного обмеження для скінченного проміжку часу, а останнє – з одноперіодного бюджетного обмеження у відносних показниках.

Одноперіодне бюджетне обмеження у відносних показниках отримують із *одноперіодного бюджетного обмеження в абсолютних показниках* (А.1).

$$B_t - B_{t-1} = r_t \cdot B_{t-1} - ПБ_t, \quad (A.1)$$

де B_t , B_{t-1} – номінальний державний борг на кінець t -го року та $(t-1)$ -го року, відповідно, *одиниць національної валюти*; r_t – фактична номінальна процентна ставка обслуговування державного боргу в t -му році, в річному обчисленні, коефіцієнт; $ПБ_t$ – номінальне первинне сальдо бюджету в t -му році, *одиниць національної валюти*.

З цією метою проводять низку послідовних алгебраїчних перетворень, а саме: переписують (А.1) відносно B_{t-1} :

$$B_{t-1} = \frac{B_t}{1+r_t} + \frac{ПБ_t}{1+r_t};$$

потім ділять його на номінальний ВВП у t -му році (Y_t) та множать на 100%:

$$\frac{B_{t-1}}{Y_t} \cdot 100\% = \frac{B_t}{(1+r_t) \cdot Y_t} \cdot 100\% + \frac{ПБ_t}{(1+r_t) \cdot Y_t} \cdot 100\%;$$

проводять заміну змінних $\bar{b}_t = \frac{B_t}{Y_t} \cdot 100\%$, $n\bar{b}_t = \frac{ПБ_t}{Y_t} \cdot 100\%$, тобто змінні в абсолютних величинах заміняють на змінні у відносних величинах:

$$\frac{B_{t-1}}{Y_t} \cdot 100\% = \frac{\bar{b}_t}{1+r_t} + \frac{n\bar{b}_t}{1+r_t};$$

роблять підстановку $Y_t = (1+\gamma_t) \cdot Y_{t-1}$, де γ_t – коефіцієнт приросту номінального ВВП у t -му році:

$$\frac{B_{t-1}}{(1+\gamma_t) \cdot Y_{t-1}} \cdot 100\% = \frac{\bar{b}_t}{1+r_t} + \frac{n\bar{b}_t}{1+r_t};$$

проводять ще одну заміну змінних $\bar{b}_{t-1} = \frac{B_{t-1}}{Y_{t-1}} \cdot 100\%$:

$$\frac{\bar{b}_{t-1}}{1+\gamma_t} = \frac{\bar{b}_t}{1+r_t} + \frac{n\bar{b}_t}{1+r_t};$$

перепишуть отримане рівняння відносно $\bar{b}_{t-1}$:

$$\bar{b}_{t-1} = \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \cdot \bar{b}_t + \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \cdot n\bar{b}_t, \quad (\text{A.2})$$

де $\bar{b}_t$, $\bar{b}_{t-1}$ – державний борг на кінець t -го року та $(t-1)$ -го року, відповідно, у % до ВВП; γ_t – коефіцієнт приросту номінального ВВП у t -му році, коефіцієнт; r_t – фактична номінальна процентна ставка обслуговування державного боргу в t -му році, в річному обчисленні, коефіцієнт; $n\bar{b}_t$ – первинне сальдо бюджету в t -му році, у % до ВВП.

Рівняння (A.2) – це *одноперіодне бюджетне обмеження у відносних показниках*.

Виведення бюджетного обмеження для скінченного проміжку часу $[1;T]$ складається з трьох етапів.

1. Для кожного року $t \in [1;T]$ записують одноперіодне бюджетне обмеження (A.2):

$$\text{для } t=1 \quad \bar{b}_0 = \frac{1+\gamma_1}{1+r_1} \cdot \bar{b}_1 + \frac{1+\gamma_1}{1+r_1} \cdot n\bar{b}_1,$$

$$\text{для } t=2 \quad \bar{b}_1 = \frac{1+\gamma_2}{1+r_2} \cdot \bar{b}_2 + \frac{1+\gamma_2}{1+r_2} \cdot n\bar{b}_2, \dots,$$

$$\text{для } t=T \quad \bar{b}_{T-1} = \frac{1+\gamma_T}{1+r_T} \cdot \bar{b}_T + \frac{1+\gamma_T}{1+r_T} \cdot n\bar{b}_T.$$

2. В одноперіодне бюджетне обмеження для першого року ($t=1$) послідовно підставляють одноперіодні бюджетні обмеження для всіх наступних років, а саме: спочатку підставляють одноперіодне бюджетне обмеження для другого року ($t=2$):

$$\begin{aligned} \bar{b}_0 &= \frac{1+\gamma_1}{1+r_1} \cdot \bar{b}_1 + \frac{1+\gamma_1}{1+r_1} \cdot n\bar{b}_1 = \frac{1+\gamma_1}{1+r_1} \cdot \left(\frac{1+\gamma_2}{1+r_2} \cdot \bar{b}_2 + \frac{1+\gamma_2}{1+r_2} \cdot n\bar{b}_2 \right) + \frac{1+\gamma_1}{1+r_1} \cdot n\bar{b}_1 = \\ &= \frac{1+\gamma_1}{1+r_1} \cdot \frac{1+\gamma_2}{1+r_2} \cdot \bar{b}_2 + \frac{1+\gamma_1}{1+r_1} \cdot \frac{1+\gamma_2}{1+r_2} \cdot n\bar{b}_2 + \frac{1+\gamma_1}{1+r_1} \cdot n\bar{b}_1, \end{aligned}$$

потім – для третього року ($t=3$):

$$\begin{aligned} \bar{b}_0 &= \frac{1+\gamma_1}{1+r_1} \cdot \frac{1+\gamma_2}{1+r_2} \cdot \left(\frac{1+\gamma_3}{1+r_3} \cdot \bar{b}_3 + \frac{1+\gamma_3}{1+r_3} \cdot n\bar{b}_3 \right) + \frac{1+\gamma_1}{1+r_1} \cdot \frac{1+\gamma_2}{1+r_2} \cdot n\bar{b}_2 + \frac{1+\gamma_1}{1+r_1} \cdot n\bar{b}_1 = \\ &= \frac{1+\gamma_1}{1+r_1} \cdot \frac{1+\gamma_2}{1+r_2} \cdot \frac{1+\gamma_3}{1+r_3} \cdot \bar{b}_3 + \frac{1+\gamma_1}{1+r_1} \cdot \frac{1+\gamma_2}{1+r_2} \cdot \frac{1+\gamma_3}{1+r_3} \cdot n\bar{b}_3 + \frac{1+\gamma_1}{1+r_1} \cdot \frac{1+\gamma_2}{1+r_2} \cdot n\bar{b}_2 + \frac{1+\gamma_1}{1+r_1} \cdot n\bar{b}_1 \end{aligned}$$

і так далі. Результатом підстановки одноперіодного бюджетного обмеження для T -го року ($t=T$) за аналогією з першими підстановками буде рівняння:

$$\bar{b}_0 = \frac{1+\gamma_1}{1+r_1} \dots \frac{1+\gamma_T}{1+r_T} \cdot \bar{b}_T + \frac{1+\gamma_1}{1+r_1} \dots \frac{1+\gamma_T}{1+r_T} \cdot n\bar{b}_T + \dots + \frac{1+\gamma_1}{1+r_1} \cdot \frac{1+\gamma_2}{1+r_2} \cdot n\bar{b}_2 + \frac{1+\gamma_1}{1+r_1} \cdot n\bar{b}_1.$$

3. В останньому рівнянні згортають спочатку добутки:

$$\bar{b}_0 = \bar{b}_T \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + n\bar{b}_T \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \dots + n\bar{b}_2 \cdot \prod_{t=1}^2 \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + n\bar{b}_1 \cdot \prod_{t=1}^1 \frac{1+\gamma_t}{1+r_t},$$

а потім суму:

$$\bar{b}_0 = \bar{b}_T \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \sum_{i=1}^T \left(n\bar{b}_i \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right). \quad (\text{A.3})$$

Отримана рівність (A.3) є бюджетним обмеженням для скінченного проміжку часу $[1; T]$.

Для виведення міжчасового бюджетного обмеження, тобто бюджетного обмеження для нескінченного проміжку часу ($T \rightarrow \infty$) беруть границю ($\lim$) скінченного бюджетного обмеження (A.3) при $T \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow \infty} \bar{b}_0 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\bar{b}_T \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \sum_{i=1}^T \left(n\bar{b}_i \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right) \right), \\ \lim_{T \rightarrow \infty} \bar{b}_0 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \bar{b}_T \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^T \left(n\bar{b}_i \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right), \\ \bar{b}_0 &= \underbrace{\lim_{T \rightarrow \infty} \bar{b}_T \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+\gamma_t}{1+r_t}}_{\rightarrow 0} + \sum_{i=1}^{\infty} \left(n\bar{b}_i \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right). \end{aligned}$$

Якщо

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \bar{b}_T \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} = 0, \quad (\text{A.4})$$

що означає, що виконується умова відсутності гри Понці, то

$$\bar{b}_0 = \sum_{i=1}^{\infty} \left(n\bar{b}_i \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right). \quad (\text{A.5})$$

Рівняння (A.5) – це міжчасове бюджетне обмеження.

ФОРМУЛИ ДЕКОМПОЗИЦІЇ ІНДИКАТОРІВ БЮДЖЕТНОЇ СТІЙКОСТІ S1 ТА S2

Формула декомпозиції індикатора середньострокової бюджетної стійкості S1 виводиться з бюджетного обмеження для скінченного проміжку часу (А.3) (див. Додаток А) у чотири етапи.

1. Перепишуть формулу (А.3) (див. Додаток А) відносно змінної $\bar{b}_T$ у вигляді формули (Б.1), проводячи низку алгебраїчних перетворень:

$$\begin{aligned}\bar{b}_0 &= \bar{b}_T \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \sum_{i=1}^T \left(n\bar{b}_i \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right), \\ \bar{b}_T \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} &= \bar{b}_0 - \sum_{i=1}^T \left(n\bar{b}_i \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right), \\ \bar{b}_T &= \frac{\bar{b}_0 - \sum_{i=1}^T \left(n\bar{b}_i \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right)}{\prod_{t=1}^T \frac{1+\gamma_t}{1+r_t}}, \\ \bar{b}_T &= \bar{b}_0 \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} - \sum_{i=1}^T \left(n\bar{b}_i \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right), \\ \bar{b}_T &= \bar{b}_0 \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} - \sum_{i=1}^T \left(n\bar{b}_i \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right).\end{aligned}\tag{Б.1}$$

де $\bar{b}_T$ – цільове значення державного боргу на кінець T -го року, у % до ВВП; $\bar{b}_0$ – початковий державний борг, у % до ВВП; r_t – фактична номінальна процентна ставка обслуговування державного боргу в t -му році ($t=\overline{1,T}$), в річному обчисленні, коефіцієнт; γ_t – коефіцієнт приросту номінального ВВП у t -му році ($t=\overline{1,T}$), коефіцієнт; $n\bar{b}_i$ – первинне сальдо бюджету в i -му році ($t=\overline{1,T}$), у % до ВВП.

2. Записують первинне сальдо бюджету в кожному i -му році ($n\bar{b}_i$) як суму початкового первинного сальдо бюджету ($n\bar{b}_0$), зміни первинного сальдо

бюджету i -го року відносно 0-го року ($\Delta n\bar{\sigma}_i^*$) та сум щорічних коригувань первинного сальдо бюджету (c) за i років (формула (Б.2)):

$$n\bar{\sigma}_i = \begin{cases} n\bar{\sigma}_0 + \Delta n\bar{\sigma}_i^*, & 1 \leq i < k_1, \\ n\bar{\sigma}_0 + \Delta n\bar{\sigma}_i^* + (i - k_1 + 1)c, & k_1 \leq i \leq k_2, \\ n\bar{\sigma}_0 + \Delta n\bar{\sigma}_i^* + (k_2 - k_1 + 1)c, & k_2 < i \leq T, \end{cases} \quad (\text{Б.2})$$

де k_1 – порядковий номер року, з якого починається період щорічних коригувань первинного сальдо бюджету, $1 \leq k_1 \leq k_2 \leq T$; k_2 – порядковий номер року, яким закінчується період щорічних коригувань первинного сальдо бюджету, $1 \leq k_1 \leq k_2 \leq T$; c – величина щорічного коригування первинного сальдо бюджету в період $[k_1; k_2]$, у % до ВВП.

Формула (Б.2) ґрунтується на таких припущеннях: а) щорічні коригування первинного сальдо бюджету проводяться з k_1 -го року по k_2 -й рік включно ($1 \leq k_1 \leq k_2 \leq T$). До k_1 -го року та після k_2 -го року такі коригування не здійснюються; б) величина щорічного коригування первинного сальдо бюджету (c) враховується у складі величини первинного сальдо бюджету ($n\bar{\sigma}_i$, $i = \overline{k_1, T}$). Тобто:

$$\begin{aligned} \text{для років з 1-го по } (k_1 - 1)\text{-й} & \begin{cases} n\bar{\sigma}_1 = n\bar{\sigma}_0 + \Delta n\bar{\sigma}_1, \\ n\bar{\sigma}_2 = n\bar{\sigma}_1 + \Delta n\bar{\sigma}_2 \\ \dots \\ n\bar{\sigma}_{k_1-1} = n\bar{\sigma}_{k_1-2} + \Delta n\bar{\sigma}_{k_1-1}, \end{cases} \\ \text{для років з } k_1\text{-го по } k_2\text{-й} & \begin{cases} n\bar{\sigma}_{k_1} = n\bar{\sigma}_{k_1-1} + \Delta n\bar{\sigma}_{k_1} + c, \\ n\bar{\sigma}_{k_1+1} = n\bar{\sigma}_{k_1} + \Delta n\bar{\sigma}_{k_1+1} + c, \\ \dots \\ n\bar{\sigma}_{k_2} = n\bar{\sigma}_{k_2-1} + \Delta n\bar{\sigma}_{k_2} + c, \end{cases} \\ \text{для років з } (k_2 + 1)\text{-го по } T\text{-й} & \begin{cases} n\bar{\sigma}_{k_2+1} = n\bar{\sigma}_{k_2} + \Delta n\bar{\sigma}_{k_2+1}, \\ \dots \\ n\bar{\sigma}_T = n\bar{\sigma}_{T-1} + \Delta n\bar{\sigma}_T, \end{cases} \end{aligned}$$

де $\Delta n\bar{\sigma}_i$ – приріст первинного сальдо бюджету в i -му році ($i = \overline{1, T}$), у % до ВВП. Послідовна підстановка $n\bar{\sigma}_1$ в $n\bar{\sigma}_2$, $n\bar{\sigma}_2$ в $n\bar{\sigma}_3$ і так далі дозволяє записати останні рівності у вигляді:

$$\begin{cases} n\bar{\sigma}_1 = n\bar{\sigma}_0 + \Delta n\bar{\sigma}_1, \\ n\bar{\sigma}_2 = n\bar{\sigma}_0 + \underbrace{\Delta n\bar{\sigma}_1 + \Delta n\bar{\sigma}_2}_2, \\ \dots \\ n\bar{\sigma}_{k_1-1} = n\bar{\sigma}_0 + \underbrace{\Delta n\bar{\sigma}_1 + \Delta n\bar{\sigma}_2 + \dots + \Delta n\bar{\sigma}_{k_1-1}}_{k_1-1}, \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n\bar{\sigma}_{k_1} = n\bar{\sigma}_0 + \underbrace{\Delta n\bar{\sigma}_1 + \Delta n\bar{\sigma}_2 + \dots + \Delta n\bar{\sigma}_{k_1}}_{k_1} + c, \\ n\bar{\sigma}_{k_1+1} = n\bar{\sigma}_0 + \underbrace{\Delta n\bar{\sigma}_1 + \Delta n\bar{\sigma}_2 + \dots + \Delta n\bar{\sigma}_{k_1+1}}_{k_1+1} + \underbrace{c + c}_{2}, \\ \dots \\ n\bar{\sigma}_{k_2} = n\bar{\sigma}_0 + \underbrace{\Delta n\bar{\sigma}_1 + \Delta n\bar{\sigma}_2 + \dots + \Delta n\bar{\sigma}_{k_2}}_{k_2} + \underbrace{c + \dots + c}_{k_2 - k_1 + 1}, \\ \\ \left\{ \begin{array}{l} n\bar{\sigma}_{k_2+1} = n\bar{\sigma}_0 + \underbrace{\Delta n\bar{\sigma}_1 + \Delta n\bar{\sigma}_2 + \dots + \Delta n\bar{\sigma}_{k_2+1}}_{k_2+1} + \underbrace{c + \dots + c}_{k_2 - k_1 + 1}, \\ \dots \\ n\bar{\sigma}_T = n\bar{\sigma}_0 + \underbrace{\Delta n\bar{\sigma}_1 + \Delta n\bar{\sigma}_2 + \dots + \Delta n\bar{\sigma}_T}_T + \underbrace{c + \dots + c}_{k_2 - k_1 + 1}, \end{array} \right. \end{array} \right.$$

а заміна $\Delta n\bar{\sigma}_i^* = \sum_{j=1}^i \Delta n\bar{\sigma}_j$ – звести їх до формули (Б.2).

3. Підставляють формулу (Б.2) у формулу (Б.1):

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_T = & \bar{\sigma}_0 \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} - \sum_{i=1}^{k_1-1} \left((n\bar{\sigma}_0 + \Delta n\bar{\sigma}_i^*) \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right) - \\ & - \sum_{i=k_1}^{k_2} \left((n\bar{\sigma}_0 + \Delta n\bar{\sigma}_i^* + (i-k_1+1) \cdot c) \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right) - \\ & - \sum_{i=k_2+1}^T \left((n\bar{\sigma}_0 + \Delta n\bar{\sigma}_i^* + (k_2-k_1+1) \cdot c) \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right), \end{aligned}$$

та проводять з отриманою рівністю подальші алгебраїчні перетворення.
А саме:

перегрупувають доданки:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_T = & \bar{\sigma}_0 \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} - \underbrace{\left(\sum_{i=1}^{k_1-1} \left(n\bar{\sigma}_0 \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right) + \sum_{i=k_1}^{k_2} \left(n\bar{\sigma}_0 \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right) + \sum_{i=k_2+1}^T \left(n\bar{\sigma}_0 \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right) \right)}_{n\bar{\sigma}_0 \cdot \sum_{i=1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t}} - \\ & - \underbrace{\left(\sum_{i=1}^{k_1-1} \left(\Delta n\bar{\sigma}_i^* \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right) + \sum_{i=k_1}^{k_2} \left(\Delta n\bar{\sigma}_i^* \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right) + \sum_{i=k_2+1}^T \left(\Delta n\bar{\sigma}_i^* \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right) \right)}_{\sum_{i=1}^T \left(\Delta n\bar{\sigma}_i^* \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right)} - \\ & - \sum_{i=k_1}^{k_2} \left((i-k_1+1) \cdot c \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right) - \sum_{i=k_2+1}^T \left((k_2-k_1+1) \cdot c \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right), \end{aligned}$$

згортають суму зі змінною $n\bar{\sigma}_0$ та суму зі змінною $\Delta n\bar{\sigma}_i^*$:

$$\bar{\sigma}_T = \bar{\sigma}_0 \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} - n\bar{\sigma}_0 \cdot \sum_{i=1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} - \sum_{i=1}^T \left(\Delta n\bar{\sigma}_i^* \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right) - \sum_{i=k_1}^{k_2} \left(\frac{(i-k_1+1) \cdot c \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t}}{S1 - (k_2-i) \cdot c} \right) - \sum_{i=k_2+1}^T \left(\frac{(k_2-k_1+1) \cdot c \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t}}{S1} \right),$$

заміняють змінні ($S1 = (k_2 - k_1 + 1) \cdot c$ згідно з формулою (6) та $S1 - (k_2 - i) \cdot c = (i - k_1 + 1) \cdot c$, тому що $(i - k_1 + 1) \cdot c = (i - k_1 + 1) \cdot c + S1 - S1 = (i - k_1 + 1) \cdot c + S1 - (k_2 - k_1 + 1) \cdot c = i \cdot c - k_1 \cdot c + c + S1 - k_2 \cdot c + k_1 \cdot c - c = S1 - (k_2 - i) \cdot c$):

$$\bar{\sigma}_T = \bar{\sigma}_0 \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} - n\bar{\sigma}_0 \cdot \sum_{i=1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} - \sum_{i=1}^T \left(\Delta n\bar{\sigma}_i^* \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right) - \sum_{i=k_1}^{k_2} \left((S1 - (k_2 - i) \cdot c) \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right) - \sum_{i=k_2+1}^T \left(S1 \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right),$$

знову перегруповують доданки:

$$\bar{\sigma}_T = \bar{\sigma}_0 \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} - n\bar{\sigma}_0 \cdot \sum_{i=1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} - \sum_{i=1}^T \left(\Delta n\bar{\sigma}_i^* \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right) - \underbrace{\left(\sum_{i=k_1}^{k_2} \left(S1 \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right) + \sum_{i=k_2+1}^T \left(S1 \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right) \right)}_{S1 \cdot \sum_{i=k_1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t}} + \sum_{i=k_1}^{k_2} \left((k_2 - i) \cdot c \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right),$$

згортають суму зі змінною $S1$:

$$\bar{\sigma}_T = \bar{\sigma}_0 \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} - n\bar{\sigma}_0 \cdot \sum_{i=1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} - \sum_{i=1}^T \left(\Delta n\bar{\sigma}_i^* \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right) - S1 \cdot \sum_{i=k_1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} + c \cdot \sum_{i=k_1}^{k_2} \left((k_2 - i) \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right),$$

віднімають та додають змінну $\bar{\sigma}_0$ до правої частини рівності:

$$\bar{\sigma}_T = \bar{\sigma}_0 \cdot \prod_{t=1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} - \bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_0 - n\bar{\sigma}_0 \cdot \sum_{i=1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} - \sum_{i=1}^T \left(\Delta n\bar{\sigma}_i^* \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right) - S1 \cdot \sum_{i=k_1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} + c \cdot \sum_{i=k_1}^{k_2} \left((k_2 - i) \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right),$$

та групують доданки зі змінною $\bar{\sigma}_0$:

$$\bar{\sigma}_T = \bar{\sigma}_0 \cdot \left(\prod_{t=1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} - 1 \right) + \bar{\sigma}_0 - n\bar{\sigma}_0 \cdot \sum_{i=1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} - \sum_{i=1}^T \left(\Delta n\bar{\sigma}_i^* \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right) - S1 \cdot \sum_{i=k_1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} + c \cdot \sum_{i=k_1}^{k_2} \left((k_2 - i) \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right).$$

4. Останню рівність переписують відносно $S1$:

$$\begin{aligned} S1 \cdot \sum_{i=k_1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} &= \bar{\sigma}_0 \cdot \left(\prod_{t=1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} - 1 \right) - n\bar{\sigma}_0 \cdot \sum_{i=1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} + c \cdot \sum_{i=k_1}^{k_2} \left((k_2 - i) \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right) + \\ &+ (\bar{\sigma}_0 - \bar{\sigma}_T) - \sum_{i=1}^T \left(\Delta n\bar{\sigma}_i^* \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right), \\ S1 &= \frac{\bar{\sigma}_0 \cdot \left(\prod_{t=1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} - 1 \right)}{\sum_{i=k_1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t}} - n\bar{\sigma}_0 \cdot \frac{\sum_{i=1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t}}{\sum_{i=k_1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t}} + \frac{\bar{\sigma}_0 - \bar{\sigma}_T}{\sum_{i=k_1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t}} - \frac{\sum_{i=1}^T \left(\Delta n\bar{\sigma}_i^* \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right)}{\sum_{i=k_1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t}} + \\ &+ c \cdot \frac{\sum_{i=k_1}^{k_2} \left((k_2 - i) \cdot \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t} \right)}{\sum_{i=k_1}^T \prod_{t=i+1}^T \frac{1+r_t}{1+\gamma_t}}. \end{aligned} \quad (Б.3)$$

Рівність (Б.3) є формулою *декомпозиції* індикатора середньострокової бюджетної стійкості $S1$.

Формула декомпозиції індикатора довгострокової бюджетної стійкості $S2$ виводиться з міжчасового бюджетного обмеження (А.5) (див. Додаток А)

$$\bar{\sigma}_0 = \sum_{i=1}^{\infty} \left(n\bar{\sigma}_i \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right) \text{ у три етапи.}$$

1. Записують первинне сальдо бюджету в кожному i -му році ($n\bar{\sigma}_i$) як суму початкового первинного сальдо бюджету ($n\bar{\sigma}_0$), зміни первинного сальдо бюджету i -го року відносно 0-го року ($\Delta n\bar{\sigma}_i^*$) та величини одноразового коригування початкового первинного сальдо бюджету ($S2$), яке проводиться в 1-му році нескінченного проміжку часу (формула (Б.4)):

$$n\bar{\sigma}_i = n\bar{\sigma}_0 + \Delta n\bar{\sigma}_i^* + S2, \quad i = \overline{1, \infty}. \quad (Б.4)$$

Це означає, що: а) коригування первинного сальдо бюджету відбувається тільки один раз – на початку нескінченного проміжку часу. Після цього воно

не відбувається, б) величина такого коригування враховується у складі величини первинного сальдо бюджету за 1-й рік нескінченного проміжку часу ($n\bar{b}_1$), тобто:

$$\begin{cases} n\bar{b}_1 = n\bar{b}_0 + \Delta n\bar{b}_1 + S2, \\ n\bar{b}_2 = n\bar{b}_1 + \Delta n\bar{b}_2, \\ \dots \\ n\bar{b}_i = n\bar{b}_{i-1} + \Delta n\bar{b}_i, \\ \dots \end{cases}$$

де $\Delta n\bar{b}_i$ – приріст первинного сальдо бюджету в i -му році ($i = \overline{1, \infty}$), у % до ВВП. Послідовна підстановка $n\bar{b}_1$ в $n\bar{b}_2$, $n\bar{b}_2$ в $n\bar{b}_3$ і так далі перетворює систему рівностей у таку:

$$\begin{cases} n\bar{b}_1 = n\bar{b}_0 + \Delta n\bar{b}_1 + S2, \\ n\bar{b}_2 = n\bar{b}_0 + \underbrace{\Delta n\bar{b}_1 + \Delta n\bar{b}_2}_2 + S2, \\ \dots \\ n\bar{b}_i = n\bar{b}_0 + \underbrace{\Delta n\bar{b}_1 + \Delta n\bar{b}_2 + \dots + \Delta n\bar{b}_i}_i + S2, \\ \dots \end{cases}$$

а заміна $\Delta n\bar{b}_i^* = \sum_{j=1}^i \Delta n\bar{b}_j$ – зводить її до формули (Б.4).

2. Підставляють формулу (Б.4) у міжчасове бюджетне обмеження (А.5) з подальшим розкриттям дужок:

$$\begin{aligned} \bar{b}_0 &= \sum_{i=1}^{\infty} \left(n\bar{b}_0 + \Delta n\bar{b}_i^* + S2 \right) \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t}, \\ \bar{b}_0 &= n\bar{b}_0 \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \left(\prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right) + \sum_{i=1}^{\infty} \left(\Delta n\bar{b}_i^* \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right) + S2 \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \left(\prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right). \end{aligned}$$

3. Останню рівність переписують відносно $S2$, проводячи алгебраїчні перетворення:

$$S2 \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \left(\prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right) = \bar{b}_0 - n\bar{b}_0 \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \left(\prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right) - \sum_{i=1}^{\infty} \left(\Delta n\bar{b}_i^* \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right),$$

$$S2 = \frac{\bar{\sigma}_0 - n\bar{\sigma}_0 \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \left(\prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right) - \sum_{i=1}^{\infty} \left(\Delta n\bar{\sigma}_i^* \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right)}{\sum_{i=1}^{\infty} \left(\prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right)},$$

$$S2 = \frac{\bar{\sigma}_0}{\sum_{i=1}^{\infty} \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t}} - n\bar{\sigma}_0 - \frac{\sum_{i=1}^{\infty} \left(\Delta n\bar{\sigma}_i^* \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right)}{\sum_{i=1}^{\infty} \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t}}. \quad (Б.5)$$

Рівність (Б.5) є формулою *декомпозиції* індикатора довгострокової бюджетної стійкості $S2$.

ФОРМУЛА ІНДИКАТОРА ДОВГОСТРОКОВОЇ БЮДЖЕТНОЇ СТІЙКОСТІ S2 ПРИ НЕЗМІННИХ r ТА γ

Якщо при розрахунку індикатора довгострокової бюджетної стійкості S2 за формулою (Б.5) (див. Додаток Б) припускають, що починаючи з $(N+1)$ -го року значення таких параметрів, як зміна первинного сальдо бюджету відносно 0-го року $(\Delta n\delta_{N+i}^*, i=\overline{1,\infty})$, коефіцієнт приросту номінального ВВП $(\gamma_{N+i}, i=\overline{1,\infty})$ та номінальна процентна ставка обслуговування державного боргу $(r_{N+i}, i=\overline{1,\infty})$ фіксуються на рівні N -го року і дорівнюють, відповідно, $\Delta n\delta_{N+i}^* = \Delta n\delta_N^* = \Delta n\delta^*$, $\gamma_{N+i} = \gamma_N = \gamma$, $r_{N+i} = r_N = r$ ($r > \gamma$) $\forall i=\overline{1,\infty}$, то формулу (Б.5) перетворюють у три етапи.

1. З-під знаку суми виносять $(N-1)$ доданків (формула (Б.1)):

$$S2 = \frac{\delta_0}{\sum_{i=1}^{N-1} \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \sum_{i=N}^{\infty} \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t}} - n\delta_0 \frac{\sum_{i=1}^{N-1} \left(\Delta n\delta_i^* \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right) + \sum_{i=N}^{\infty} \left(\Delta n\delta_i^* \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right)}{\sum_{i=1}^{N-1} \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \sum_{i=N}^{\infty} \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t}}. \quad (B.1)$$

2. У доданках $\left(\sum_{i=N}^{\infty} \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right)$ та $\left(\sum_{i=N}^{\infty} \left(\Delta n\delta_i^* \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right) \right)$ з-під знаку добутку

виносять $(N-1)$ множників:

$$\begin{aligned} \sum_{i=N}^{\infty} \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} &= \prod_{t=1}^N \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \prod_{t=1}^{N+1} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \prod_{t=1}^{N+2} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \dots = \prod_{t=1}^{N-1} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \cdot \frac{1+\gamma_N}{1+r_N} + \\ &+ \prod_{t=1}^{N-1} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \cdot \frac{1+\gamma_N}{1+r_N} \cdot \frac{1+\gamma_{N+1}}{1+r_{N+1}} + \prod_{t=1}^{N-1} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \cdot \frac{1+\gamma_N}{1+r_N} \cdot \frac{1+\gamma_{N+1}}{1+r_{N+1}} \cdot \frac{1+\gamma_{N+2}}{1+r_{N+2}} + \dots = \\ &= \prod_{t=1}^{N-1} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \cdot \left(\frac{1+\gamma_N}{1+r_N} + \frac{1+\gamma_N}{1+r_N} \cdot \frac{1+\gamma_{N+1}}{1+r_{N+1}} + \frac{1+\gamma_N}{1+r_N} \cdot \frac{1+\gamma_{N+1}}{1+r_{N+1}} \cdot \frac{1+\gamma_{N+2}}{1+r_{N+2}} + \dots \right) = \\ &= \prod_{t=1}^{N-1} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \cdot \underbrace{\left(\frac{1+\gamma}{1+r} + \left(\frac{1+\gamma}{1+r} \right)^2 + \left(\frac{1+\gamma}{1+r} \right)^3 + \dots \right)}_{\frac{1+\gamma}{r-\gamma}}. \end{aligned}$$

Оскільки $r > \gamma$, то

$$\frac{1+\gamma}{1+r} + \left(\frac{1+\gamma}{1+r} \right)^2 + \left(\frac{1+\gamma}{1+r} \right)^3 + \dots = \frac{1+\gamma}{1+r} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1+\gamma}{1+r}} = \frac{1+\gamma}{1+r} \cdot \frac{1+r}{1+r-1-\gamma} = \frac{1+\gamma}{1+r} \cdot \frac{1+r}{r-\gamma} = \frac{1+\gamma}{r-\gamma} \text{ як сума нескін-}$$

ченно спадної геометричної прогресії⁵ з першим членом $\left(\frac{1+\gamma}{1+r}\right)$ та знаменником $\left(\frac{1+\gamma}{1+r}\right)$. Тому

$$\sum_{i=N}^{\infty} \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} = \frac{1+\gamma}{r-\gamma} \cdot \prod_{t=1}^{N-1} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t}. \quad (\text{B.2})$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=N}^{\infty} \left(\Delta n \bar{\sigma}_i^* \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right) &= \Delta n \bar{\sigma}_N^* \cdot \prod_{t=1}^N \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \Delta n \bar{\sigma}_{N+1}^* \cdot \prod_{t=1}^{N+1} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \Delta n \bar{\sigma}_{N+2}^* \cdot \prod_{t=1}^{N+2} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \dots = \\ &= \Delta n \bar{\sigma}^* \cdot \prod_{t=1}^N \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \Delta n \bar{\sigma}^* \cdot \prod_{t=1}^{N+1} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \Delta n \bar{\sigma}^* \cdot \prod_{t=1}^{N+2} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \dots = \\ &= \Delta n \bar{\sigma}^* \cdot \left(\prod_{t=1}^N \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \prod_{t=1}^{N+1} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \prod_{t=1}^{N+2} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \dots \right) = \Delta n \bar{\sigma}^* \cdot \sum_{i=N}^{\infty} \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t}. \\ &\quad \underbrace{\left(\prod_{t=1}^N \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \prod_{t=1}^{N+1} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \prod_{t=1}^{N+2} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \dots \right)}_{\sum_{i=N}^{\infty} \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t}} \end{aligned}$$

З урахуванням формули (B.2)

$$\sum_{i=N}^{\infty} \left(\Delta n \bar{\sigma}_i^* \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right) = \Delta n \bar{\sigma}^* \cdot \frac{1+\gamma}{r-\gamma} \cdot \prod_{t=1}^{N-1} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t}. \quad (\text{B.3})$$

3. Підставляють формули (B.2) та (B.3) у формулу (B.1):

$$\begin{aligned} S2 &= \frac{\bar{\sigma}_0}{\sum_{i=1}^{N-1} \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \frac{1+\gamma}{r-\gamma} \cdot \prod_{t=1}^{N-1} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t}} - n \bar{\sigma}_0 - \\ &\quad \frac{\sum_{i=1}^{N-1} \left(\Delta n \bar{\sigma}_i^* \cdot \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} \right) + \Delta n \bar{\sigma}^* \cdot \frac{1+\gamma}{r-\gamma} \cdot \prod_{t=1}^{N-1} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t}}{\sum_{i=1}^{N-1} \prod_{t=1}^i \frac{1+\gamma_t}{1+r_t} + \frac{1+\gamma}{r-\gamma} \cdot \prod_{t=1}^{N-1} \frac{1+\gamma_t}{1+r_t}}. \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Рівняння (B.4) – це формула розрахунку індикатора довгострокової бюджетної стійкості $S2$ при r та γ , незмінних з N -го року нескінченного періоду.

⁵ Сума нескінченно спадної геометричної прогресії дорівнює відношенню першого члена цієї прогресії до різниці між одиницею та її знаменником.