

Методичні аспекти аналітичних досліджень

Василенко Ю.В., д-р екон. наук
Інститут економічного прогнозування НАН України

ПРО КОРЕКТНІСТЬ АГРЕГАТНИХ ІНДЕКСІВ

Стаття переслідує дві цілі: 1) показати, що загальноприйняті в статистиці індекси (Ласпейреса, Пааше і т.ін.) придатні для виміру змін у рівнях цін або об'ємів і для пояснення змін вартості тільки в дуже обмеженому колі ситуацій; 2) спробувати сконструювати коректну систему індексів, що пояснюють зміни агрегату.

Для виміру змін агрегатних економічних показників (наприклад, вартості експорту) і розподілу цих змін за чинниками сучасна світова статистика використовує агрегатні індекси. Зокрема в зовнішній торгівлі застосовуються індекси Ласпейреса і Пааше, щодо коректності яких виникають деякі сумніви.

Оскільки ціллю індексного аналізу є пояснення розподілу зміни агрегату за чинниками, що його складають (наприклад, зміна вартості – змінами ціни й об'єму), то шостий критерій І.Фішера¹ є, на мій погляд, визначальним при конструюванні системи індексів.

Однак, Р.Аллен зазначає, що ні незважена арифметична, ні зважені середні Ласпейреса і Пааше не задовольняють цьому критерію [див. 1, с. 51]. Здавалося б, із цього випливає той висновок, що ніяка з цих систем не є шуканою. Однак Р.Аллен помічає², що добуток індексу ціни Ласпейреса на індекс фізичного об'єму Пааше, або протилежних індексів (об'єму Ласпейреса і ціни Пааше) таки задовольняє цьому критерію [1, с. 52]. Далі стверджується³, що індекс ціни Ласпейреса P_L разом із індексом об'єму Пааше Q_n цілком пояснюють зміну вартості. Те що добуток цих індексів дорівнює індексу вартості, правильно, тому що це є проста тотожність. Але статистики бачать тут саме причинний зв'язок. Отже, якщо $P_L = 1,3$, $Q_n = 1,1$, то стверджується, що вартість, скажімо, експорту збільшилася через зміни цін на 30 %, через зміни об'ємів продажу – на 10 %, а всього – на 43 відсотки.

Далі Р.Аллен стверджує, що індекс ціни Пааше разом з індексом об'єму Ласпейреса також цілком пояснюють зміни вартості. Але в загальному випадку

¹ У викладі Р.Аллена [1, с.51–52].

² Можливо, що не він перший, просто історія теорії індексів тут значення не має.

³ Цей випадок і змусив мене писати цю статтю.



$P_n \# P_n$ і $Q_n \# Q_n$, тобто в даному прикладі можуть бути значення $P_n = 1,05$, $Q_n = 1,362$, це означає, що вартість експорту збільшилася через зміни цін на 5 %, а через зміни об'ємів – на 36,2 відсотка. Бувають випадки, коли для деяких груп товарів (наприклад, для експорту продукції легкої промисловості України в 1998 р. порівняно з 1997 р.) індекс ціни Ласпейреса більший за одиницю, а індекс ціни Пааше⁴ – менший. Що ж тоді стверджувати?

До того ж ідеальні індекси Фішера теж задовольняють цьому критерію, але їхні значення відрізняються від обох перших. Можна сконструювати ще безліч формул, що задовольняють цьому критерію. Так яку з цих формул обрати? Без будь-яких доказів стверджується, що правильною є система: індекс ціни Пааше – індекс об'єму Ласпейреса [див. 1, с. 63]. І.Фішер стверджує, що ідеальні індекси – запропоновані ним. Доказів не приводить ніхто.

Отже, доводиться визнати, що сучасна статистика не знає, яка форма індексу правильна.

Однак, можна з усією впевненістю стверджувати, що використовувана в даний час система $\{P_n, Q_n\}$ правильною бути не може.

Справа в тому, що в індексах Ласпейреса і Пааше індивідуальні індекси по окремих товарах зважуються за різними системами ваг, що відрізняються одна від одної випадковим способом.

Дійсно,

$$P_n = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \sum \frac{p_1}{p_0} \cdot \frac{p_0 q_1}{\sum p_0 q_1}, \quad (1)$$

$$Q_n = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \sum \frac{q_1}{q_0} \cdot \frac{q_0 p_0}{\sum p_0 q_0}, \quad (2)$$

де p_{0j} , p_{1j} – ціни j -го товару в базисному і поточному періодах (у формулах (1), (2) й надалі літера “ j ” опущена для спрощення); q_{0j} , q_{1j} – відповідні кількості експортованих товарів.

У першому випадку вагами є величини $\frac{p_0 q_1}{\sum p_0 q_1}$, у другому $\frac{p_0 q_0}{\sum p_0 q_0}$.

Тому індекси Ласпейреса і Пааше є непорівнянними між собою. Отже, із цих міркувань одночасно не можна користуватися індексами з різних систем – це еклектика в найгіршому її розумінні. Ще один аспект еклектичності традиційних систем індексів полягає в тому, що зміна середнього розміру агрегату пояснюється розмірами середніх змін чинників (зважених або не зважених, не має значення), адже сам Р.Аллен справедливо стверджує, що відношення середніх – це зовсім інший показник (додамо – і за економічним змістом і за числовим значенням), ніж середнє їхніх відношень [див. 1, с. 22].

Безумовно, статистики виходили з найкращих економічних міркувань, підбираючи ваги при побудові агрегатного індексу. Але коли формула індексу вже побудована, вона живе за законами не економічними, а математичними, із яких

⁴ Цей випадок і змусив мене писати цю статтю.



впливає, що індекс не може однозначно характеризувати одну величину (наприклад, ціну), коли він є функцією двох змінних (ціни й об'єму).

І дійсно, як впливає з їхніх формул, класичний індекс фізичного об'єму Ласпейреса або Пааше, крім змін об'ємів q , залежить від зміни цін p , а класичний індекс ціни, крім зміни цін p , залежить також від змін кількості q , тобто від структури.

Цю залежність від структури зазначали (див., наприклад, [2]). Але, намагаючись елімінувати вплив структури, пропонували для характеристики немов би тільки кількісного або тільки якісного показника формули, що так чи інакше знову містили і кількісний, і якісний показники одночасно, а значить знову залежали від структури.

Перед тим, як будувати коректні (з моєї точки зору) індекси, зроблю наступне зауваження. Всім критеріям Фішера задовольняє будь-який індивідуальний індекс, на узагальненні властивостей яких І. Фішер, можливо, і базував свою систему критеріїв. Мені здається, що при переході до агрегатних індексів необхідно розширити формулювання та тлумачення цих критеріїв. Зокрема, при формулюванні шостого (і головного) критерію оборотності чинників необхідно врахувати, що при переході від одного хоча б до двох товарів з'являється третій чинник, зміна якого впливає на значення агрегатного індексу вартості. Це – структура експорту. Цей третій чинник не є незалежною змінною в математичному розумінні. Його зміни цілком визначаються змінами чинників p і q . Але в економічному розумінні він має сенс. Висновок про збільшення частини більш дорогих товарів, наприклад, в експорті або в продукції галузі – зрозуміло й істотно для економічного аналізу. Введення поняття структурних змін відобразило б реальний перехід від структури базисного періоду до структури поточного періоду, тоді як традиційні індекси, що базуються на фіксації якоїсь однієї структури, ігнорують її реальні зміни. Метод схрещень [3], по суті, є спробою базуватися на структурі, що є в якомусь розумінні “середньою” між структурами базисного і поточних періодів, але знову таки – на фіксованій.

Отже доцільно переформулювати шостий критерій Фішера так: “добуток індексів цін, фізичного об'єму і структури повинен цілком пояснювати зміну вартості агрегату” й назвати його “критерієм повноти пояснення змін агрегату змінами чинників”.

Один із можливих варіантів побудови системи індексів цін, фізичного об'єму та структури, що дійсно пояснює зміни агрегату, можна здійснити шляхом простого перетворення формули розрахунку агрегатного індексу (наприклад, вартості):

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \left(\frac{\sum p_1}{\sum p_0} \right) \cdot \frac{\sum q_1}{\sum q_0} \cdot \frac{\sum \pi_1 \delta_1}{\sum \pi_0 \delta_0}, \quad (3)$$

де $\delta_{ij} = \frac{q_{ij}}{\sum_{j=1}^n q_{ij}}$ – питома вага j -го товару в загальній їхній кількості;



$$\pi_{ij} = \frac{p_{ij}}{\sum p_{ij}}, \quad i, j = 0, 1.$$

Поки що ця тотожність нічого не доводить, але має таку властивість, що задовольняє шостому критерію Фішера, модифікованому раніше.

Величину $\frac{\sum p_1}{\sum p_0}$ ще в 1738 р. Дюто [див. 1, с. 404] запропонував назвати індексом зміни цін. Величину $\frac{\sum q_1}{\sum q_0}$ можна прийняти за індекс зміни кількості або фізичного об'єму, а величину $\frac{\sum \pi_1 \delta_1}{\sum \pi_0 \delta_0}$ – індексом структурних змін.

Отже,

$$I_k = \frac{\sum q_1}{\sum q_0}, \quad (4)$$

$$I_{\pi} = \frac{\sum p_1}{\sum p_0}, \quad (5)$$

$$I_{\pi\delta} = \frac{\sum \pi_1 \delta_1}{\sum \pi_0 \delta_0}. \quad (6)$$

Як визначити, що формула, яка пропонується для обчислення деякого індексу, правильна? Для цього можна застосувати систему аксіоматичних тестів (критеріїв), що розробив І.Фішер [4] і яка була розвинена В.Айхорном і Й.Велером. Але перед цим необхідно зробити два зауваження:

1. Система тестів є аксіоматичною. Її повнота або слушність не доведена⁵, тому вона є набором не об'єктивних, а суб'єктивних критеріїв, тобто відповідність або невідповідність їм не є остаточним критерієм істинності індексу. Так, запропонований І.Фішером “ідеальний” індекс, за твердженням В.Айхорна, а за ним Є.Єршова [5], не задовольняє тесту циркулярності.

2. У різних модифікаціях системи тестів немає, на мій погляд, головного й очевидного: відповідності індексу своїй назві (призначенню). Його можна сформулювати в такий спосіб: індекс показника X є функцією тільки цього показника X , тобто формула розрахунку цього індексу не повинна включати іншого показника Y . Дійсно, хіба можна вимірювати X лінійкою, довжина якої залежить від змінної Y ?

В економічній інтерпретації він звучить так: значення індексу не повинно залежати від структури сукупності (експорту, виробництва і т.д.).

Формули агрегатних індексів типу Ласпейреса, Пааше, Фішера не задовольняють цьому критерію. Також не задовольняють йому численні формули, побудовані шляхом схрещення другої, третьої та подальших генерацій типу (3.15) у [див. 3, с. 65]. Кожний індекс, у формулу якого, крім оцінюваної змінної (наприклад, ціни p), входить інша змінна (q), не може точно оцінити зміну оцінюваного показника, а тільки з деяким наближенням. Для того й

⁵ На відміну від системи аксіом Евкліда на практиці погано піддається перевірці.



потрібні складні схрещення, ідеальним узагальненням яких є метод Ф.Дівізіа, щоб одержати формулу, яка б максимально відповідала розглянутій економічній ситуації. Гарантію цієї відповідності Ф.Дівізіа бачить у виборі правильного економічно обґрунтованого шляху інтегрування. Це правильно, але разом із іманентно суб'єктивним обґрунтуванням цього шляху можна спробувати ввести й об'єктивний критерій вибору з множини індексів Ф.Дівізіа. Цей критерій можна сформулювати як мінімум залежності індексу від неголовних змінних, що входять у формулу його обчислення (наприклад, індексу ціни p від змін q , або індексу об'ємів Q від p). Математично його можна сформулювати як мінімум варіації індексу при зміні неголовних показників в області їх визначення.

Можливо, цей напрямок у сукупності з принципом простоти шляху інтегрування Ф.Дівізіа та принципом простоти результату Є.Єршова [6] призведе до побудови інтегрованої теорії індексів.

Перевірка запропонованих індексів (4)–(6) показує, що вони задовольняють головному (з моєї точки зору) критерію і всім іншим критеріям І.Фішера, крім третього [див. 1, с. 51–52]. Але третій критерій за сучасних умов, коли статистика досить плідно уніфікує одиниці виміру кількості товарів, перестав бути важливим.

Отже, показники (4)–(6) відповідають усім вимогам, що доцільно ставити перед дійсним індексом: індекс ціни (5) залежить тільки від зміни середнього рівня цін і не залежить ні від кількості експортованих товарів q , ні від структури товарів δ_{ij} або цін π_{ij} . У свою чергу, індекс кількості (фізичного об'єму) залежить лише від зміни сумарного об'єму товарів $\sum q$ і не залежить ні від товарної структури, ні від цін.

Індекс структурних змін залежить тільки від товарно-цінової структури і не залежить від змін кількості та середнього рівня цін. З формули (6) випливає, що цей індекс одночасно характеризує зміни в структурах кількісного і якісного⁶ показників і не може бути розподілений на показники, які б характеризували окремо зміни в структурі кількісного показника й окремо в структурі якісного.

Для кожного з цих індексів виконується критерій 4 [див. 1, с. 51], тобто твір індексів прямого і зворотного (отриманого шляхом зміни бази порівняння на протилежну) дорівнює одиниці. Добуток цих трьох індексів пояснює загальну зміну вартості, тобто

$$I_{pq} = I_k x I_q x I_{cz}. \quad (7)$$

Тепер, отримавши за формулами (4)–(6) значення, скажімо, 1,2; 1,5 і 1,4, можна стверджувати, що експорт збільшився на 20 % завдяки зростанню кількості товарів, на 50 % – завдяки зростанню середньої ціни товарів і на 40 % – завдяки структурним змінам, усього на $(1,2 \times 1,5 \times 1,4 - 1) \times 100 = 152$ %.

⁶ Це інтуїтивно вірно помітив В.Андрієнко [2, с. 68], хоч і не довів цього.



Переходячи до запропонованої системи трьох індексів, ми неначе збіднюємо поняття індексів ціни й об'єму і вводимо індекс структури. Збіднюємо тому, що тепер індекс ціни (об'єму) не несе інформації, зваженої за структурою вартості. Всі ціни в цьому індексі (і важливі за критерієм вартості продажу товарів, і другорядні) змішані рівномірно. Якщо проаналізувати індекс ціни математично, легко побачити, що на його розмір відчутніше впливають більші ціни ніж менші, незалежно від того, чи багато товарів продано за цією ціною. На індекс об'єму більше впливають великі кількості товару, незважаючи на те, що вони, можливо, продані за дуже малою ціною.

Але, з іншого боку, який сенс у ніби-то більш економічно змістовних зважених індексах ціни, якщо ми не знаємо, який із них правильний і взагалі, чи є серед них правильні?

До того ж є сумнів щодо твердження Р.Аллена, що незважена арифметична середня, як і зважені (індекси Ласпейреса і Пааше) однаковою мірою економічно змістовні [див. 1, с. 51]. Якщо незважена середня має, так би мовити, об'єктивний економічний сенс, то зважені вже суб'єктивні: в них більшу роль відіграють ціни тих товарів, що більш важливі, на думку дослідника. Однак, на думку одного, це можуть бути товари, що дали найбільший виторг у базисному періоді, на думку іншого, – у поточному році, а третій взагалі може оцінювати важливість не за вартістю, а за фізичним об'ємом або за іншою характеристикою товару.

Тепер конкретно про економічний зміст індексів Ласпейреса і Пааше.

Всупереч твердженню Р.Аллена, що індекси Ласпейреса і Пааше цілком рівноправні в плані економічної інтерпретації [див. 1, с. 31], насправді це не так. Якщо індекси Ласпейреса дійсно мають хоча б суб'єктивно-економічний зміст, як-от: індекси цін або об'ємів окремих товарів зважуються за вартістю їхнього продажу в базисному році, то в індексах Пааше вагами є величини, які реально не існують. Як показано у формулі (1) вагою індексу $\frac{P_1}{P_0}$ є

величина $\frac{P_0 q_1}{\sum P_0 q_1}$. Вона означає питому вагу вартості товару, проданого в

поточному році у цінах базисного року, тобто це чисто розрахункова величина, що не належить ні до якого реального об'єкта.

Крім того, системи зважування в індексах ціни й об'єму – різні (в індексі об'єму вагами є величини $\frac{P_1 q_0}{\sum P_1 q_0}$, а значить індекси ціни й об'єму Пааше є

непорівнянними не тільки з індексами Ласпейреса, але й між собою і тому не можуть бути зведені в одну систему.

Щоб довести цю думку до логічного завершення, зауважимо, що з економічних міркувань нас більше цікавить ближча в часі поточна структура і менше – базисна, що віддалена в часі. Але, якщо зважувати індивідуальні індекси за структурою поточної вартості, то ми прийдемо не до формул Пааше, а до наступних:



$$P = \sum \frac{p_1}{p_0} \cdot \frac{p_1 q_1}{\sum p_1 q_1} = \frac{\sum p_1^2 q_1}{\sum p_1 q_1}, \quad (8)$$

$$Q = \sum \frac{p_1 q_1^2}{q_0} : \sum p_1 q_1. \quad (9)$$

Ці формули мають усі вади, властиві формулам Пааше, але, на відміну від них, мають економічний зміст і єдиною системою зважування.

Повертаючись до запропонованої системи індексів (4)–(6), підкреслимо ще дві її переваги перед традиційними. На відміну від останніх вона не є еkleктичною в обох вище зазначених сенсах: 1) у жодному з індексів (4)–(6) немає різних систем зважування і тому вони порівнянні між собою; 2) зміни середнього розміру агрегату пояснюються змінами середніх же розмірів (а не середніми змін) чинників.

Які вади запропонованих індексів?

Багато дослідників вважають методологічно неправильним підсумовувати кількості різнорідних товарів.

Якщо вони мають рацію, тоді треба визнати, що система індексів (4)–(6) придатна тільки для груп однорідних об'єктів і не придатна для неоднорідних. Крайнім випадком останніх є товари, що не мають однакових одиниць виміру, наприклад, зерно й електроенергія⁷. Але тоді треба чесно визнати, що для груп неоднорідних об'єктів задача індексного аналізу взагалі не може бути розв'язана⁸.

Проілюструємо правомірність використання запропонованих індексів (4)–(6) для всіх, включаючи непорівнянні, на думку частини статистиків, товарів. Будемо робити це методом індукції, тобто наведемо декілька прикладів змін експорту, що ускладнюються, в різних варіантах поточного періоду (табл.1).

У варіанті 1 кількість експорту товарів не змінилася, структура цін теж, змінився тільки рівень цін – усі ціни збільшилися на 10 відсотків. Як бачимо, індекси, підраховані всіма методами, рівні. Чи вірне твердження для верхньої половини першого варіанта табл. 1 (для двох сортів пшениці): “Експортний виторг збільшився на 10 % завдяки збільшенню рівня цін на пшеницю на 10 %”. Вважаю, так. Але таким же правильним є і твердження для нижньої половини (для непорівнянних пшениці та верстатів): “Експортний виторг збільшився на 10 % завдяки зростанню рівня цін на товари на 10 %”.

⁷ Якщо дотримуватися цієї точки зору і довести її до логічного кінця, тоді треба визнати, що однорідних товарів зовсім не існує, наприклад тверда та м'яка пшениця, з точки зору споживача, це різні товари.

⁸ Якщо дотримуватися точки зору виміру товарів в енергетичних одиницях, який уже давно використовується в світі, чи в затратах робочого часу, тоді це заперечення знімається.

Таблиця 1

Порівняння індексів у різних ситуаціях

Товари	Базисний період				Поточний період 1				Поточний період 2			
	Ціна	Кіль- кість	Вар- тість*	Зміна струк- тури	Ціна	Кіль- кість	Вартість	Зміна струк- тури	Ціна	Кіль- кість	Вартість	Зміна струк- тури
Пшениця тверда	150,0	10,0	1500,0		165,0	10,0	1650,0		165,0	10,0	1650,0	
Пшениця м'яка	110,0	13,0	1430,0		121,0	13,0	1573,0		132,0	13,0	1716,0	
<i>Всього</i>	<i>130,0</i>	<i>23,0</i>	<i>2930,0</i>		<i>143,0</i>	<i>23,0</i>	<i>3223,0</i>		<i>148,5</i>	<i>23,0</i>	<i>3366,0</i>	
Індекси												
Ласпейреса					1,100	1,000	1,100	1,000	1,149	1,000	1,149	1,000
Пааше					1,100	1,000	1,100	1,000	1,149	1,000	1,149	1,000
за формулами (2)–(4)					1,100	1,000	1,100	1,000	1,142	1,000	1,149	1,006
за формулами (5)–(6)					1,100	1,000	1,100		1,151	1,000	1,149	
Пшениця	130,0	100,0	13000,0		143,0	100,0	14300,0		143,0	100,0	14300,0	
Станки	3000,0	6,0	18000,0		3300,0	6,0	19800,0		3600,0	6,0	21600,0	
<i>Всього</i>	<i>1565,0</i>	<i>106,0</i>	<i>31000,0</i>		<i>1721,5</i>	<i>106,0</i>	<i>34100,0</i>		<i>1871,5</i>	<i>106,0</i>	<i>35900,0</i>	
Індекси												
Ласпейреса					1,100	1,000	1,100	1,000	1,158	1,000	1,158	1,000
Пааше					1,100	1,000	1,100	1,000	1,158	1,000	1,158	1,000
за формулами (2)–(4)					1,100	1,000	1,100	1,000	1,196	1,000	1,158	0,968
за формулами (5)–(6)					1,100	1,000			1,160	1,000		
	Поточний період 3				Поточний період 4				Поточний період 5			
Пшениця тверда	180,0	10,0	1800,0		165,0	13,0	2145,0		165,0	13,0	2145,0	
Пшениця м'яка	121,0	13,0	1573,0		121,0	16,9	2044,9		121,0	19,5	2359,5	
<i>Всього</i>	<i>150,5</i>	<i>23,0</i>	<i>3373,0</i>		<i>143,0</i>	<i>29,9</i>	<i>4189,9</i>		<i>143,0</i>	<i>32,5</i>	<i>4504,5</i>	
Індекси												
Ласпейреса	1,151	1,000	1,151	1,000	1,100	1,300	1,430	1,000	1,100	1,398	1,537	0,989
Пааше	1,151	1,000	1,151	1,000	1,100	1,300	1,430	1,000	1,100	1,398	1,537	0,989

Продовження табл. 1

	Поточний період 3				Поточний період 4				Поточний період 5			
за формулами (2)–(4)	1,158	1,000	1,151	0,994	1,100	1,300	1,430	1,000	1,100	1,413	1,537	0,989
за формулами (5)–(6)	1,153	1,000	1,151		1,100	1,300	1,430		1,100	1,405	1,537	
Пшениця	156,0	100,0	15600,0		143,0	130,0	18590,0		143,0	130,0	18590,0	
Станки	3300,0	6,0	19800,0		3300,0	7,8	25740,0		3300,0	9,0	29700,0	
Всього	1728,0	106,0	35400,0		1721,5	137,8	44330,0		1721,5	139,0	48290,0	
Індекси												
Ласпейреса	1,142	1,000	1,142	1,000	1,100	1,300	1,430	1,000	1,100	1,416	1,558	1,080
Пааше	1,142	1,000	1,142	1,000	1,100	1,300	1,430	1,000	1,100	1,416	1,558	1,080
за формулами (2)–(4)	1,104	1,000	1,142	1,034	1,100	1,300	1,430	1,000	1,100	1,311	1,558	1,080
за формулами (5)–(6)	1,144	1,000	1,142		1,100	1,300	1,430		1,100	1,423	1,558	
	Поточний період 6											
Пшениця тверда	165,0	13,0	2145,0									
Пшениця м'яка	132,0	19,5	2574,0									
Всього	148,5	32,5	4719,0									
Індекси	1,149	1,398	1,611	0,989								
Ласпейреса												
Пааше	1,152	1,402	1,611	0,992								
за формулами (2)–(4)	1,142	1,413	1,611	0,998								
за формулами (5)–(6)	1,155	1,409	1,611									
Пшениця	143,0	130,0	18590,0									
Станки	3600,0	9,0	32400,0									
Всього	1871,5	139,0	50990,0									
Індекси												
Ласпейреса	1,158	1,416	1,645	1,080								
Пааше	1,162	1,420	1,645	1,083								
за формулами (2)–(4)	1,196	1,311	1,645	1,049								
за формулами (5)–(6)	1,164	1,427	1,645									

*Індекс вартості всюди розраховано за формулою $\sum p_1 q_1 : \sum p_0 q_0$.



У другому варіанті ціна на перший товар збільшилася на 10 %, а на другий – на 20 %, тобто змінилися і ціна, і структура цін на товари. Оскільки структура кількості товарів не змінилася, традиційний індекс структурних змін, що розраховується по Ласпейресу за формулою

$$I_{K-} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}, \quad (10)$$

а по Пааше – за аналогічною формулою з заміною p_0 на p_1 знову дає значення “1”, а вся зміна об’єму експорту пояснюється одним чинником – змінною цін. Однак наочно зрозуміло, що структура цін у верхній половині поліпшилася (тому що значно виросла ціна того товару, якого продано більше), а в нижній – погіршилася (тому що більше виросла ціна товару, питома вага якого в загальній кількості менше). Формули (4)–(6) чітко відбивають ці зміни. Вони свідчать, що змінилися не тільки їх ціни, але й структура цін, причому для верхньої половини вона поліпшилася на 0,6 %, а для нижньої погіршилася на 3,2 відсотка.

У четвертому варіанті ціни обох товарів збільшилися на 10 %, тобто середній рівень ціни зріс на 10 %, а структура цін залишилася незмінною. Структура товарів теж не змінилася, а об’єми їхнього експорту збільшилися на 30 відсотків. Як і очікувалося, за незмінної структури індекси по всіх методах виявляються однаковими. З іншого боку, як для порівнянних, так і непорівнянних товарів можна стверджувати, що виторг від їхнього експорту, збільшився на 43 %, у тому числі на 10 % за рахунок підвищення цін і на 30 % за рахунок збільшення об’ємів продажу ($1,1 \times 1,3 = 1,43$).

У п’ятому варіанті за незмінної структури цін змінилися кількості і товарна структура експорту. Оскільки на зміну кількісної структури індекси структури всіх трьох видів реагують однаково, то їхні значення збігаються. Але індекси кількості різні. Для наших індексів справедливим є твердження: виторг збільшився на 10 % за рахунок збільшення об’ємів експорту і на 41,3 % – росту цін, але зменшився на 1,1 % за рахунок погіршення товарно-цінової структури, а усього збільшився на $(1,1 \times 1,413 \times 0,989 - 1) \times 100 = 53,7$ %. Але для індексів Ласпейреса і Пааше подібний висновок сформулювати неможливо, тому що на значення індексу обсягу вплинула зміна товарної структури.

У шостому варіанті змінилися і ціна, і кількість, і структура цін і товарів. Зміни обох структур відбилися, а значить спотворили значення індексів цін та об’ємів, розрахованих як за формулами Ласпейреса і Пааше, так і за (8)–(9), але по-різному.

Щодо наших індексів: якщо твердження стосовно розподілу приростів експорту за чинниками були справедливими для попередніх варіантів, то немає ніяких заперечень, щоб вони були правильними і для цього випадку.

Отже з цих прикладів видно, що у випадках, коли залишаються незмінною і цінова, і кількісна структури, індекси за всіма формулами збігаються.



Коли незмінна тільки цінова структура, збігаються індекси лише ціни і структури. Коли незмінна лише кількісна структура, збігаються тільки індекси кількості⁹.

Чим більші структурні зміни, тим більше вони спотворюють значення індексів Пааше і Ласпейреса і тим більше вони відрізняються від індексів (4)–(6) та один від одного. У табл. 2 показана ситуація, коли індекси Ласпейреса і Пааше дають зворотні величини.

Таблиця 2

Ситуації з протилежною поведінкою індексів Ласпейреса та Пааше

Товари	Базисний період				Поточний період			
	Ціна	Кількість	Вартість	Зміна структури	Ціна	Кількість	Вартість	Зміна структури
Пшениця тверда	150,0	100,0	15000,0		165,0	13,0	2145,0	
Пшениця м'яка	110,0	13,0	1430,0		100,0	200,0	20000,0	
<i>Всього</i>	<i>130,0</i>	<i>113,0</i>	<i>16430,0</i>		<i>132,5</i>	<i>213,0</i>	<i>22145,0</i>	
Індекси								
Ласпейреса					1,083	1,458	1,348	0,773
Пааше					0,925	1,244	1,348	0,660
за формулами (2)–(4)					1,019	1,885	1,348	0,702
за формулами (5)–(6)					0,928	13,907	1,348	
Пшениця	130,0	100,0	13000,0		70,0	1300,0	91000,0	
Станки	3000,0	50,0	150000,0		3600,0	9,0	32400,0	
<i>Всього</i>	<i>1565,0</i>	<i>150,0</i>	<i>163000,0</i>		<i>1835,0</i>	<i>1309,0</i>	<i>123400,0</i>	
Індекси								
Ласпейреса					1,147	1,202	0,757	0,138
Пааше					0,630	0,660	0,757	0,076
за формулами (2)–(4)					1,173	8,727	0,757	0,074
за формулами (5)–(6)					0,712	9,634	0,757	

За даним табл. 2 можна порівняти поведінку різних індексів.

Зміни в товарно-ціновій структурі експорту України від 1998 до 1999 р. були такі, що індекси обсягу виявилися близькими один до одного, а ось індекси ціни різними, причому, якщо для товарних груп 02, 04, 05 можна говорити хоч про однакові тенденції (обсяги зросли, а ціни впали), то для групи 01 результати взаємовиключаючі: якщо вірити Пааше, ціна знизилася на 25 %, а якщо Ласпейресу – зросла на 52 відсотки. Наші ж індекси свідчать про те, що рівень цін зріс на 27 %, але структура торгівлі погіршилася на 6 % (табл. 3).

Таблиця 3

Індекси експорту продукції тваринництва України в 1998 – 1999 рр.,
розраховані за групами товарів з чотиризначними кодами

Код товару	Індекс обсягу			Індекс ціни			Індекс	
	Пааше	Ласпейреса	за формулою (4)	Пааше	Ласпейреса	за формулою (5)	структури (6)	вартості
01	0,290	0,589	0,368	0,748	1,519	1,269	0,944	0,441
02	1,416	1,469	1,430	0,715	0,742	0,495	1,484	1,050

⁹ Це легко довести і простим порівняльним аналізом формул розрахунку класичних та запропонованих індексів.



03	1,004	1,025	1,049	0,875	0,892	1,115	0,766	0,896
04	1,039	1,033	1,053	0,921	0,915	0,858	1,053	0,952
05	1,602	1,833	1,872	0,672	0,769	0,458	1,438	1,232
Тварин- ництво	1,237	1,292	1,215	0,775	0,810	0,801	1,029	1,001

Мабуть, професіонали в області теорії індексів¹⁰ зможуть запропонувати досконаліші системи індексів, ніж (4)–(6), але важливо, щоб вони звернули увагу на сумніви у коректності системи індексів Пааше-Ласпейреса.

Література

1. Аллен Р. Экономические индексы. – М.: Статистика, 1980. – 256 с.
2. Андриенко В.Е. Статистические индексы в экономических исследованиях. Киев: Наукова думка, 1983. – 232 с.
3. Кевеш П. Теория индексов и практика экономического анализа. – М.: Финансы и статистика, 1990. – 304 с.
4. Фишер И. Построение индексов. – М.: ЦСУ СССР, 1928.
5. Ершов Б.Э. Вступительная статья к книге П.Кевеша “Теория индексов и практика экономического анализа”. – М.: Финансы и статистика, 1990. – 304 с.
6. Ершов Б.Э. Индексы Дивизии и их аппроксимации. (Дополнение к переводу книги [3]).

¹⁰ До яких не належить автор.