



## **Економіко-математичні методи і моделі**



**Шумська С.С.**, канд. екон. наук

*Інститут економіки та прогнозування НАН України*

### **ІНСТРУМЕНТ ВИРОБНИЧОЇ ФУНКЦІЇ В ДОСЛІДЖЕННІ УКРАЇНСЬКОЇ ЕКОНОМІКИ**

*Проведено аналіз особливостей та проблем побудови виробничої функції (ВФ) для країн перехідної економіки. Обґрунтовано можливість використання апарату ВФ для опису перехідної економіки України. Представлено основні кроки у побудові виробничої функції Кобба–Дугласа для української економіки: етапі попереднього аналізу, специфікації та параметризації.*

Серед теоретичних і практичних наукових питань минулого століття пошук джерел економічного зростання можна назвати дослідженням, що не втрачає актуальності і на сьогоднішній день. Даний напрям в макроекономічній теорії розвивався дуже швидкими темпами ще з моменту розробки знаменитої неокласичної моделі екзогенного зростання Солоу, а з появою ендогенної теорії отримав нове дихання. Емпіричні дослідження економічного зростання просуваються у трьох напрямках. *Перший* – неокласичний підхід, що базується на виробничій функції (ВФ) і виділяє складові зростання у відповідності з її елементами: капіталом, працею, сукупною продуктивністю факторів виробництва (ТФР) та іншими залежно від припущень, зроблених стосовно виду ВФ. *Другий* – політекономія зростання, де припускається залежність економічного зростання від низки політичних та інституційних змінних. У результаті об'єднання цих двох напрямів усе частіше розробляються ВФ, де кожний із елементів зростання, таких, як капітал, праця, людський капітал та ін. розглядається як самостійна ендогенна змінна, що залежить від інституційних змінних. Таким чином демонструється вплив інституційних змінних на економічне зростання через ті чи інші складові ВФ. *Третій* – перевірка умовної та безумовної конвергенції (висновків неокласичної моделі зростання). Для цього у модель поряд з політико-інституційними змінними включається рівень випуску, що був на початку досліджуваного періоду, та інші показники, які характеризують стартові умови.

Отже, як бачимо, методологія і логіка даних досліджень базуються на активному використанні апарату виробничих функцій, який сьогодні не тільки є вдалим інструментом для дослідження зростання, але й активно застосовується для прогнозування економіки [1]. Разом з тим слід відмітити, що



спроби побудови агрегованих виробничих функцій для української економіки зустрічають серйозні труднощі, обумовлені особливостями перехідної економіки як об'єкта дослідження. Тому вивчення проблем побудови виробничих залежностей для країн з перехідною економікою, для виявлення можливості використання апарату виробничої функції для адекватного опису процесів в українській економіці є метою даної статті.

Особливості перехідної економіки обумовлені тим, що вона, отримавши у спадок властивості планової економіки, має і свої власні, які відрізняють її як від планової, так і від ринкової. Тому, наприклад, в процесі реформ на фоні розгляду обмежень, які накладаються ринковим попитом, залишаються ресурси, що ним незатребувані, але продовжують вимагати витрат на їх підтримку (зокрема зайнятість, яка підтримується з метою зниження соціальної напруги). Крім того, сам перехідний процес може бути нерівноважним, оскільки виникають різного роду провали ринку (market fails) і/або провали уряду (state fails) коли держава не справляється з управлінням, а ефективні ринкові механізми саморегулювання ще не сформовані [2].

Внаслідок особливостей функціонування перехідної економіки, виникають проблеми її дослідження з використанням апарату виробничих функцій, серед яких можна виділити групи проблем пов'язаних із:

1) *слабкістю інформаційної бази*, що зменшує достовірність висновків та аналізу в цілому. Короткі часові ряди та низька якість вихідних даних (а часто і їх неспівставність на часовому проміжку) роблять проблематичним отримання надійних економетричних оцінок. До цієї групи можна також віднести труднощі з отриманням достовірних даних щодо ринкових оцінок як виробничих фондів (адже на практиці, як правило, існують лише затратні оцінки), так і оцінок праці (бо робітники враховуються за формальною ознакою – офіційним місцем роботи, а не за фактичними витратами праці) [див. 2];

2) *можливістю виходу за межі економічної області* в результаті дії не-ефективних інститутів (інституціональних пасток), трансформаційного спаду та значних структурних зрушень [3–5], у той час, як для ринкової економіки визначення ВФ проводиться у межах економічної області;

3) *наявністю швидких змін та періодів прискорення*, на відміну від ринкових економік, що стабільно розвиваються, і де темп змін не є високим, тобто ринкова система в кожному наступному періоді майже не відрізняється від попереднього моменту, а існуючі відмінності враховуються введенням незначних поправок. Періоди інтенсифікації процесів в перехідній економіці призводять до втрати співставності між сусідніми точками часових рядів, що створює додаткові труднощі у використанні економетричних методів [див. 2].

Усі названі проблеми призводять до погіршення якості економетричних оцінок, що змушує:



• поставити питання: чи доцільно для опису перехідної економіки використовувати саме традиційні фактори виробництва (капітал та працю) і функціональну форму, яку представляє собою звичайна виробнича функція?

• шукати засоби, які б адекватно враховували специфіку перехідного періоду та давали б змогу отримати надійні оцінки.

Відповідаючи на перше питання, експерти наголошують, що у ринковій економіці вибір факторів не є випадковим, а базується на теоретичній базі, яка, у свою чергу, дає можливість змістовної інтерпретації характеристик ВФ (наприклад, співставити часткову похідну випуску по праці із заробітною платою). Дискусії щодо факторів виробництва й виду функціональної залежності у ВФ перехідної економіки дали підґрунтя для використання замість поняття виробничої функції більш загального – *виробничої залежності*, під яким розуміють функціональну залежність більш загального виду, де можуть бути використані не тільки абсолютні, але й відносні величини, а також широкий нетрадиційний набір факторів виробництва [див. 2–3].

Серед способів, які пропонують фахівці для адекватного врахування специфіки перехідної економіки у процесі побудови виробничої функції, варто виділити *проведення попереднього аналізу даних*, який має передувати етапу оцінювання параметрів специфікованої залежності. Фактично мова йде не просто про конструювання виробничої функції, а про проведення аналізу макроекономічної динаміки із застосуванням понять та концепцій, розроблених у теорії ВФ.

Перед викладенням основних ідей методики попереднього аналізу даних доцільним буде дати визначення виробничої функції та умов її існування в процесі дослідження розвитку економіки.

Виробнича функція (ВФ):

$$Y = f(K, L) \quad (1)$$

визначає взаємозв'язок<sup>1</sup> випуску  $Y$  із факторами виробництва – капіталом  $K$  та працею  $L$ , де істотними є можливість та обмеженість заміщення факторів.

ВФ типу (1) називається неокласичною, якщо вона задовольняє такі умови, яким можна дати економічну інтерпретацію:

- за відсутності одного із ресурсів виробництво є неможливим, тобто  $f(0, L) = f(K, 0) = 0$ ;
- збільшення витрат будь-якого з ресурсів при незмінній кількості іншого призводить до зростання випуску, тобто  $df / dK > 0, \quad df / dL > 0$ ;
- при необмеженому збільшенні одного із ресурсів випуск необмежено зростає, тобто  $f(+\infty, L) = f(K, +\infty) = +\infty$ ;

<sup>1</sup> Може змінюватися з часом  $t$ , тоді ВФ має вигляд  $Y = f(K, L, t)$ .



- зі збільшенням ресурсів швидкість зростання випуску уповільнюється, тобто  $d^2 f / dL^2 < 0$ ,  $d^2 f / dK^2 < 0$ ;
- можна зберегти обсяг випуску постійним, заміщуючи деяку кількість одного фактора додатковим використанням іншого;
- функція є однорідною ступеня  $p$ . При  $p > 1$  із зростанням масштабу виробництва у  $t$  разів обсяг випуску зростає у  $t^p$  разів, тобто маємо зростання ефективності виробництва внаслідок збільшення його масштабів;
- функція є гладкою, тобто неперервною, і двічі диференційованою за аргументами  $K$  і  $L$ .

Найбільш вдалою для аналізу функцією, що задовольняє ці умови, є функція Кобба–Дугласа (з постійною віддачею від масштабу):

$$Y = AK^\alpha L^\beta, \quad (2)$$

де  $A$  – параметр, що характеризує рівень технології,  $\alpha$  і  $\beta$  – коефіцієнти, що характеризують внесок зростання капіталу й праці у зростання випуску (тобто  $\alpha$  і  $\beta$  є долями факторів).

Функція такого виду<sup>2</sup> добре підходить для оцінювання, оскільки її легко привести до лінійного виду, взявши логарифми  $Y$ ,  $K$  і  $L$ :

$$\ln Y = \ln A + \alpha \ln K + \beta \ln L, \quad (3)$$

де  $\ln Y$ ,  $\ln K$ ,  $\ln L$  – натуральні логарифми відповідних показників.

Адекватне відображення ВФ реального співвідношення витрат ресурсів та випуску розпадається на дві взаємопов'язані задачі:

- а) *специфікація* ВФ, тобто виділення істотних факторів і визначення виду функції;
- б) *параметризація* ВФ, тобто розрахунок кількісних значень параметрів на основі систематизованих статистичних даних за допомогою регресійного й кореляційного аналізу.

У цьому контексті проведення *попереднього аналізу даних* є важливим не тільки тому, що він дає можливість отримати змістовні висновки ще до оцінки параметрів ВФ, але й тим, що дозволяє виділити періоди, які характеризуються різною поведінкою вихідних даних, ідентифікувати поворотні точки (межі переходу), тобто виявити хронологію процесу (чого вже неможливо зробити на етапі ідентифікації параметрів).

Незалежно від того, яка економіка моделюється (ринкова розвинена чи перехідна), специфікація ВФ має задовольняти деякі логічні, економічні й математичні вимоги (що впливають з умов її побудови та використання):

- усі величини, що входять до ВФ, мають бути вимірюваними;
- випуск продукції без витрат ресурсів є неможливим;

<sup>2</sup> У даній статті не розглядаються інші види виробничих функцій, які задовольняють вище переліченим припущенням та демонструють постійну віддачу від масштабу.



- усі включені у ВФ ресурси є необхідними, за відсутності хоча б одного з них випуск дорівнює нулю;
- до аргументів ВФ мають бути включені всі істотно значимі для даного процесу виробництва фактори (умова є неоднозначною);
- ресурси в тій чи іншій мірі є взаємозамінними (можуть бути комплементарними, тобто входять у строго визначених пропорціях);
- якщо обсяг якогось ресурсу є обмеженим, то випуск не може збільшуватися безкінечно;
- усі величини повинні мати чіткий економічний зміст;
- ВФ має спиратися на відповідну статистичну базу;
- ВФ має бути неперервною та диференційованою [6].

Зміст попереднього аналізу даних полягає в тому, щоб, по-перше, провести періодизацію (виявити хронологію), що є головним завданням, по-друге, отримати інформацію про можливість застосування конкретних специфікацій ВФ на основі лише загальних припущень про її властивості, по-третє, обґрунтувати включення у розгляд відібраних факторів [див. 2].

В основі методики попереднього аналізу лежить підхід, що базується на перевірці основних умов побудови ВФ, про які йшлося вище. *Основна ідея ВФ полягає в тому, що фактори можуть заміщувати один одного, зберігаючи результат (випуск) незмінним, є аналогічною ідеї функції усереднення* [див. 2]. Тобто традиційна ВФ є функцією середнього факторів або може бути приведена до такої через перетворення вихідних даних. А саме, традиційна лінійно-однорідна виробнича функція  $Y = F(K, L)$  є не просто залежністю, що пов'язує індекс випуску  $Y$  з індексами капіталу  $K$  й праці  $L$ , але й функцією, що визначає індекс випуску  $Y$  як *середнє* індексів капіталу  $K$  й праці  $L$ . (Наприклад, функція Кобба–Дугласа  $Y = AK^bL^{1-b}$  визначає індекс випуску  $Y$  як зважене середнє геометричне індексів капіталу  $K$  й праці  $L$  із вагами  $b$  та  $1-b$ . Функція CES  $Y = A(bK^{-\rho} + (1-b)L^{-\rho})^{-1/\rho}$  визначає індекс випуску  $Y$  як зважене середнє степеневе із степенем  $-\rho$  індексів капіталу  $K$  й праці  $L$  із вагами  $b$  та  $1-b$ , як про це наголошували самі автори, що запропонували функцію [див. 2; 7]).

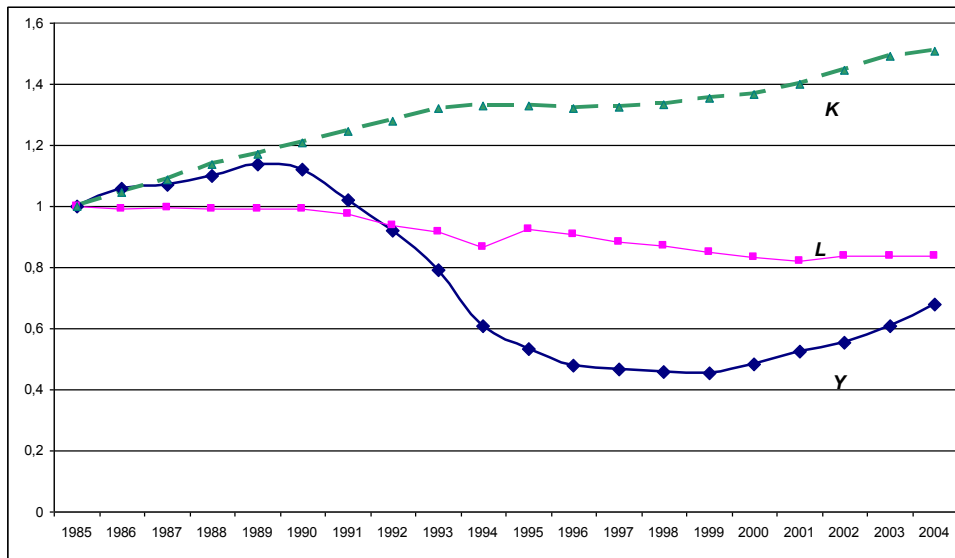
Тобто з формальної точки зору ВФ є не більш, ніж функція усереднення факторів, що визначають індекс випуску  $Y$  як середнє індексів капіталу  $K$  й праці  $L$ . Це означає, що на графіку залежностей базових індексів  $Y$ ,  $K$  і  $L$  від часу  $t$  часовий ряд індексу випуску  $Y$  має бути розташованим між часовими рядами індексів капіталу  $K$  й праці  $L$ .

Якщо у виразі  $Y = F(K, L)$  перейти від абсолютних величин до темпів, то отримаємо  $\delta_Y = E_K \delta_K + E_L \delta_L$ , де  $\delta_Y$  є зваженим середнім арифметичним



$\delta_K$  і  $\delta_L$  із вагами  $E_K$  і  $1-E_K$  (позитивними, що у сумі дають одиницю). Тобто лінійно-однорідна виробнича функція є функцією усереднення не тільки базисних індексів, але й їх темпів, а тому на графіку залежностей  $\delta_Y, \delta_K$  і  $\delta_L$  від часу ряд  $\delta_Y$  має бути розташований між часовими рядами  $\delta_K$  і  $\delta_L$ .

Для того, щоб відповісти на питання, чи можливе використання апарату виробничих функцій для адекватного опису процесів в українській перехідній економіці, перевіримо спочатку традиційний набір факторів, що використовується для побудови ВФ розвинених економік. З цією метою використаємо часові ряди річних даних реального ВВП, основних фондів та кількості зайнятих в економіці (дані представлені базисними індексами, за 100% прийнято 1985 р.) (рис. 1).



**Рис. 1.** Динаміка індексів традиційних факторів виробничої функції

Джерело: розраховано автором за даними Держкомстату за 1985–2004 рр.

Включення у розгляд тенденцій відібраних макроіндикаторів періоду 1985–1990 рр. є відображенням світової практики, яка засвідчує, що дослідження проблем та перспектив економіки за допомогою техніки аналізу виробничих функцій стає більш цікавим і повним, якщо у попередньому аналізі враховується широкий часовий проміжок. У випадку перехідних економік такий крок стає просто необхідним і це пояснюється тим, що країни, як правило, отримують у спадок усі переваги та недоліки планової економіки, тому для обґрунтування й більшої достовірності отриманих для періоду трансформації результатів додатково також проводиться аналіз проблем і відносно стабільного попереднього періоду розвитку. Однак рамки даної статті не дозволяють приділити цьому аспекту значної уваги, тим більше, що такі дослідження

дження для економіки Радянського Союзу з конструюванням виробничих функцій уже зроблені на високому рівні, зокрема, у широко відомих роботах М.Вейцмана та В.Бессонова [див. 2; 8].

Повертаючись до рис. 1, відмітимо, що до 1991 р. лінія  $Y$  розташована між часовими рядами індексів капіталу  $K$  й праці  $L$ , тобто така ситуація не протирічить гіпотезі заміщення і означає, що в межах періоду 1985–1991 рр. не виключена можливість опису спільної динаміки часових рядів  $Y$ ,  $K$  і  $L$  лінійно-однорідною виробничою функцією. Однак, починаючи із 1992 р. лінія, що відображає динаміку індексу  $Y$ , є нижчою від ліній  $K$  і  $L$ , тобто на проміжку 1992–2004 рр. побудова лінійно-однорідної виробничої функції з традиційними факторами є некоректною.

Одним із кроків, який можна здійснити першим у такому випадку – це зміна у розрахунках точки відліку чи одиниці виміру. Пояснення є дуже простим: оскільки вихідні данні для побудови ВФ мають бути представлені часовими рядами економічних індексів, то й оцінки параметрів ВФ залежать від нормування вихідних даних, тобто від вибору періоду, що використовується як базовий у часових рядах  $Y$ ,  $K$  і  $L$ , від вибору масштабу часу й початку його відліку, а отже й змістовна інтерпретація оцінок значно залежить від того, в яких одиницях іде вимірювання часу (в роках, місяцях і т. ін.).

На рис. 2–3 представлено динаміку індексів  $Y$ ,  $K$  і  $L$  (де за точку відліку взято 1990 р.) та їх темпів  $\delta_Y$ ,  $\delta_K$  і  $\delta_L$ .

Ситуація, представлена на рис. 2 практично повторює ситуацію рис. 1, де графік базисного індексу  $Y$  розташований нижче  $K$  і  $L$ , що означає неможливість побудови лінійно-однорідної ВФ упродовж періоду 1990–2005 рр.

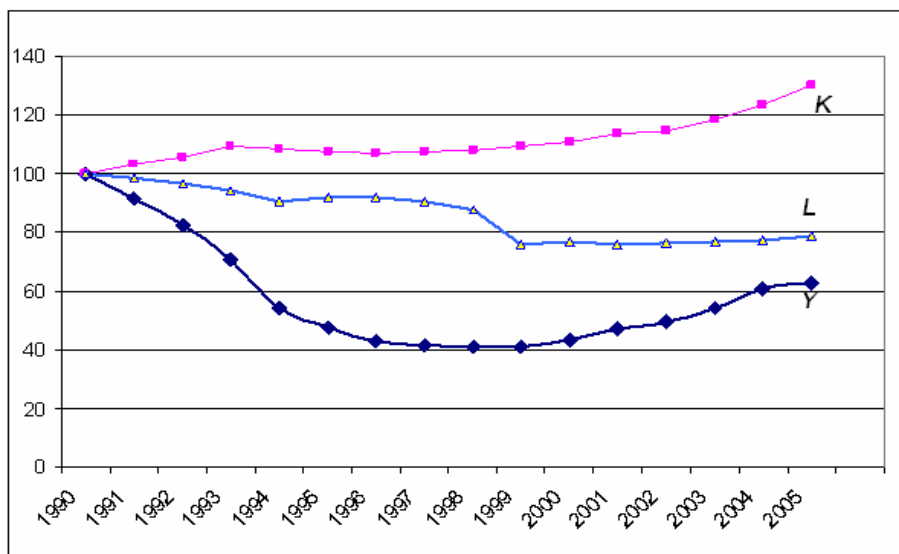


Рис. 2. Динаміка індексів  $Y$ ,  $K$  і  $L$  (1990 = 100%)

Джерело: розраховано автором за даними Держкомстату за 1990–2005 рр.

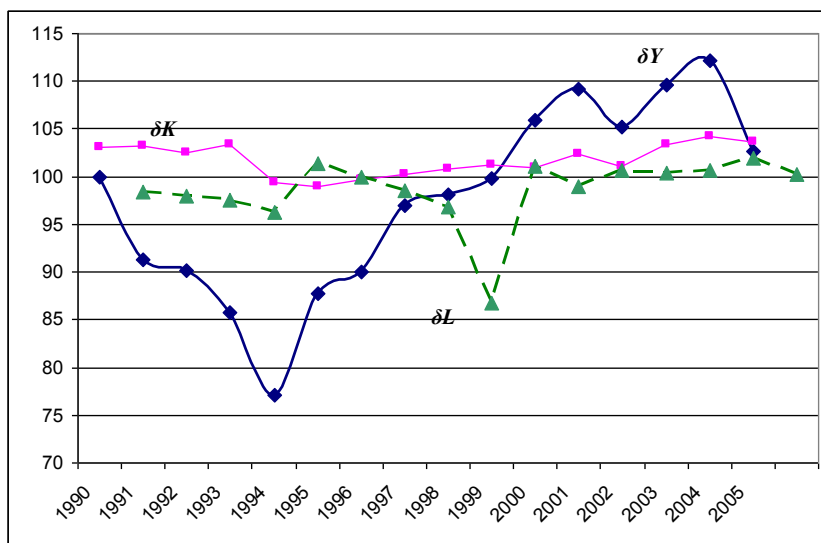


Рис. 3. Динаміка індексів  $\delta_Y$ ,  $\delta_K$  і  $\delta_L$

Джерело: розраховано автором за даними Держкомстату за 1990–2005 рр.

Більш інформативним є графік динаміки приростів індексів (рис. 3), на якому можна виділити три періоди, що характеризують різну поведінку вихідних даних, тобто ідентифікувати поворотні точки (межі періодів). Період 1990–1997 рр., де лінія темпів випуску  $\delta_Y$  знаходиться нижче темпів фондів та праці  $\delta_K$  і  $\delta_L$  означає, що фактори використовуються неефективно. У цьому випадку ситуацію часто пояснюють у термінах низької віддачі від масштабу ( $\gamma < 1$ ) або "від'ємного" технічного прогресу ( $p < 1$ ).

На часовому періоді 2000–2005 рр. темп випуску  $\delta_Y$  вище темпів фондів та праці  $\delta_K$  і  $\delta_L$ . Це означає, що функція, яка пов'язує  $\delta_Y$  із  $\delta_K$  і  $\delta_L$ , не може бути функцією усереднення так, як не може бути і функція, що поєднує  $Y$  з  $K$  і  $L$ . Така спільна динаміка розглянутих часових рядів може бути описана лише ВФ, що має ступінь однорідності  $\gamma > 1$ , або ВФ, яка враховує, окрім  $K$  і  $L$ , ще якісь фактори, які приводять до випереджаючого зростання випуску, порівняно із зростанням факторів  $K$  і  $L$ . Якщо вклад таких факторів описати мультиплікативним членом  $e^{pt}$  у лінійно-однорідній функції  $Y = e^{pt}F(K, L)$ , то оцінка  $p$  має бути позитивною. У такому випадку говорять про існування позитивного "залишку" в тому розумінні, що фактори  $K$  і  $L$  не повністю описують динаміку випуску  $Y$ .

Крім того, на рис. 3 видно, що динаміка  $\delta_Y$  помітно вирізняється більшою рухливістю, ніж динаміка  $\delta_K$  і  $\delta_L$ . Це означає, що динаміка  $\delta_Y$  не може точно (без значного залишку) бути описана функцією усереднення  $\delta_K$  і  $\delta_L$ , оскільки часовий ряд  $\delta_Y$  містить високочастотні складові динаміки, тоді як для рядів  $\delta_K$  і  $\delta_L$  такі складові не характерні. Це означає, що спроба побудови





виробничої функції з незмінними параметрами для усього часового інтервалу обов'язково призведе до високої автокореляції залишків<sup>3</sup>.

Етап параметризації виробничої (лінійно-однорідної типу Кобба–Дугласа) функції економіки України на часовому інтервалі 1990–2006 рр. підтвердив результати попереднього аналізу. В середовищі статистичного пакету *EViews* було отримано таке рівняння:

$$LY = 2,522853708 \times LL + 2,121233168 \times LK - 17,19215641; \quad (4)$$

(3,101527)                      (1,912811)                      (-2,091136)

$$R^2 = 0,412247, DW = 0,292139,$$

де  $LY$ ,  $LL$ ,  $LK$  – нормалізовані значення логарифмів змінних, відповідно, валового внутрішнього продукту, кількості зайнятих та основних засобів (дані Держкомстатистики). Статистичні характеристики рівнянь коефіцієнтів детермінації  $R^2$ , Дарбіна–Уотсона  $DW$  та  $t$ -Statistic (у дужках під значеннями змінних) – відображають незадовільні характеристики побудованої функції, що свідчить про неможливість її застосування.

У цілому результати етапу попереднього аналізу (графіків базисних індексів  $Y$ ,  $K$  і  $L$  та їх темпів  $\delta_Y$ ,  $\delta_K$  і  $\delta_L$ ), а також розрахунок кількісних значень параметрів ВФ на основі систематизованих статистичних даних за допомогою регресійного аналізу дозволяють стверджувати про неможливість застосування лінійно-однорідної виробничої функції типу Кобба–Дугласа (з традиційними факторами  $K$  і  $L$ ) для опису української перехідної економіки на всьому розглянутому інтервалі.

Відмітимо, що те, що традиційний набір факторів у ВФ не дав результатів, не є чимось специфічним, особливим, притаманним лише Україні. До аналогічних результатів прийшли також і російські експерти, що намагалися побудувати виробничу функцію для економіки Росії. Досліджуючи перехідний етап розвитку російської економіки, вони прийшли до висновку, що, на відміну від радянського періоду, коли фонди були швидко зростаючим фактором (їх динаміка значною мірою визначалась активним регулюванням інвестиційної політики), а динаміка праці була "консервативною" (оскільки визначалась демографічними процесами, що були інерційними), у цілому особливу значимість набувала підтримка на високому рівні саме еластичності випуску за фондами, що давало можливість впливу на його динаміку. Та з початком трансформації економіки ситуація змінилася – як на фазі спадання, так

<sup>3</sup> Як зазначають експерти, є декілька підходів до вирішення даної проблеми: у першому випадку більш висока волатильність темпів випуску пояснюється змінами параметрів виробничої функції у часі, а отже її виходом є побудова та аналіз короткострокової ВФ. Другий підхід пов'язується із конструюванням довгострокової ВФ, параметри якої є незмінними упродовж тривалого періоду часу, а високочастотні складові темпів випуску містяться у складі залишку, що не пояснюється динамікою відібраних факторів виробництва  $K$  та  $L$ , а тому вимагають змістовної інтерпретації. Обидва підходи не протирічають один одному, хоча й у результаті будуть отримані різні виробничі функції (короткострокова та довгострокова ВФ, які не мають співпадати) [див. 2].



і на етапі зростання фонди і праця демонстрували повільну динаміку: фонди почали використовуватися не в повній мірі. Крім того, з посиленням впливу чинників попиту на динаміку випуску, роль фондів зменшилася. Тобто, як припускають російські вчені, це є, можливо, приклад феномену виходу за межі економічної області [див. 2].

Спробою врахувати не всі фонди, а ту їх частину, що реально використовується, є підхід, який базується на моделюванні рівня завантаженості виробничих потужностей. Зокрема, для української економіки такий підхід було реалізовано М.Скрипниченко [9]. Виробничу функцію, побудовану для Польщі, розширив шляхом включення коефіцієнта використання виробничих факторів професор В.Вельфе. В аналітичні дослідження польської економіки вводяться два показники – коефіцієнти використання робочих змін і робочого часу [10]. Проте цей підхід має багато слабких місць (відсутність статистики, зокрема), що обмежує його використання, у тому числі й як інструменту прогнозування.

Проведений аналіз практики побудови ВФ для країн перехідного періоду (Росії, України, Білорусі) свідчить, що основні фонди й кількість зайнятих в економіці не описують ні трансформаційного спаду, ні підйому економіки, тому подальші спроби конструювання (лінійно-однорідної типу Кобба–Дугласа) ВФ із цим набором факторів не має сенсу.

На практиці для побудови адекватної реальній ситуації ВФ йдуть різними шляхами, наприклад, через ускладнення специфікації, заміну показника ВВП індексом промислового випуску, або введення додаткових факторів з метою ліквідації залишку.

Підказку щодо виходу із ситуації дають результати попереднього аналізу, які вказують на те, що для опису української економіки не вистачає фактора, який би мав визначальний вплив на динаміку ВВП. Такий показник повинен мати такі характеристики: на етапі спадання його динаміка має бути більш низькою, ніж ВВП, і навпаки, на етапі зростання – демонструвати випереджаючі темпи; крім того, має бути в наявності статистичний ряд за достатньо тривалий період, і цей фактор може розглядатись як інструмент з точки зору теорії управління. Практика дослідження ВФ показала, що таким фактором в умовах перехідної економіки можуть виступати інвестиції. У такому випадку виробнича функція буде змішаною, оскільки враховуватиме як один з факторів – працю (змінну типу запасу), а як другий – інвестиції (змінну типу потоку). (Інвестиції як фактор є прирісним за своєю суттю, бо визначають приріст капіталу нарівні з його вибуттям).

Для перевірки можливості опису української економіки функцією типу  $Y = f(INVOK, L, t)$  проведемо спочатку аналіз графіків (рис. 4–5), де представлено динаміку індексів показників: реального ВВП, кількості зайнятих в економіці, інвестицій в основний капітал в реальному виразі.

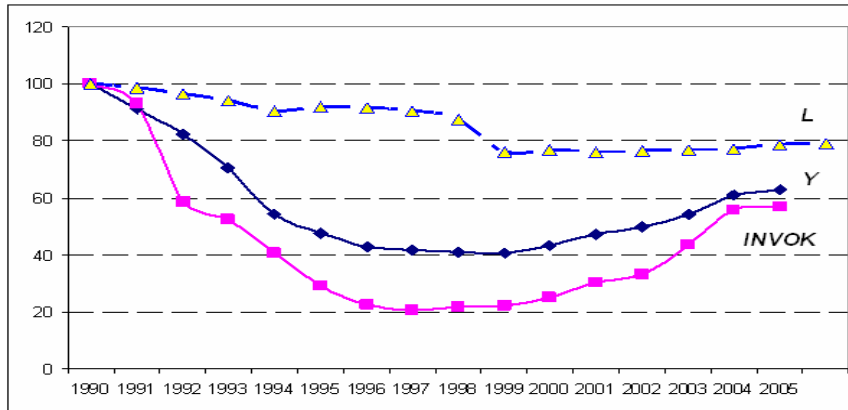


Рис. 4. Динаміка індексів  $Y$ ,  $INVOK$  і  $L$  (1990=100%)

Джерело: розраховано автором за даними Держкомстату за 1990–2005 рр.

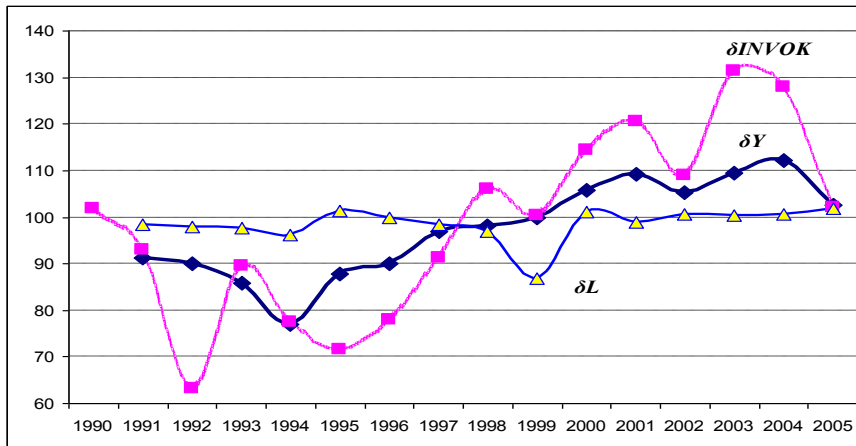


Рис. 5. Динаміка індексів  $\delta Y$ ,  $\delta INVOK$ ,  $\delta L$

Джерело: розраховано автором за даними Держкомстату за 1990–2005 рр.

Отже, ми бачимо, що графік базисного індексу  $Y$  розташований між графіками індексів  $INVOK$  та  $L$ , аналогічно є ситуація і для темпів на графіку динаміки  $\delta Y$ ,  $\delta INVOK$  і  $\delta L$ . Така спільна динаміка часових рядів, що розглядаються, не суперечить можливості її опису лінійно-однорідною виробничою функцією.

У результаті оцінювання параметрів лінійної форми ВФ Кобба–Дугласа за допомогою статистичного пакету *EViews* на часовому проміжку 1990–2006 рр. було отримано таке рівняння:

$$LY = 0,5042421 \times LINVOK + 0,5817748164 \times LL - 0,4165174121; \quad (5)$$

(19,79692)
(4,640919)
(-0,780507)

$$R^2 = 0,974431, DW = 1,572789,$$

за якого ВФ можна представити у вигляді:

$$Y = A^{0,66} INVOK^{0,50} L^{0,58}. \quad (6)$$

Однак, незважаючи на хороші статистичні характеристики ( $R^2$ ,  $DW$ ,  $t$ -Statistic) рівняння (5) не може бути використано для розкладання зростання української економіки на компоненти та оцінки  $TFP$ , оскільки не виконуються необхідні умови: про стаціонарність змінних на досліджуваному періоді та припущення щодо постійної віддачі від масштабу. Так, значення  $ADF$ -статистик змінних менші за модулем від критичних значень для 1–5–10% рівнів значимості, а отже, ряди є нестационарними (табл. 1) і тому для перевірки того, чи є рівняння (5) хибною регресією потрібно провести тестування на наявність довгострокового зв'язку між змінними.

Таблиця 1

**Результати перевірки стаціонарності часових рядів змінних на часовому проміжку 1990–2006 рр.**

| Змінна        | ADF-статистика | Критичне значення |         |         |
|---------------|----------------|-------------------|---------|---------|
|               |                | 1%                | 5%      | 10%     |
| <i>LY</i>     | -2,522575      | -3,9635           | -3,0818 | -2,6829 |
| <i>LINVOK</i> | -1,993377      | -3,9635           | -3,0818 | -2,6829 |
| <i>LL</i>     | -1,422452      | -3,9635           | -3,0818 | -2,6829 |

Гіпотеза про постійну віддачу від масштабу на усьому часовому проміжку 1990–2006 рр. також відхиляється, оскільки оцінки коефіцієнтів  $\alpha + \beta > 1$  ( $0,50 + 0,58 > 1$ ), що свідчить про зростаючу віддачу від масштабу. Тестування ж на короткому інтервалі 1996–2006 рр. свідчить на користь спадної віддачі, оскільки  $\alpha + \beta < 1$ :

$$LY = 0,436461 \times LINVOK + 0,188646 \times LL + 1,543280; \quad (7)$$

(40,55547)    (2,937644)    (5,111652)

$$R^2 = 0,974431, DW = 1,572789.$$

Варто підкреслити, що перевірка на рівність одиниці суми коефіцієнтів  $\alpha + \beta$  є надзвичайно важливим кроком побудови неокласичної моделі зростання і висновків щодо його факторів та вкладу сукупної продуктивності факторів виробництва  $TFP$ , адже якщо припущення щодо постійної віддачі від масштабу ВФ не відповідає дійсності, то висновки про величини її коефіцієнтів можуть бути поставлені під сумнів. Як приклад можна згадати дослідження компонент зростання, що було зроблено для Польщі у роботі Де Броека та Коена [11]. Припущення щодо постійної віддачі від масштабу не було протестовано, і зроблено висновок, що основний вклад у високі темпи зростання у 1990-х рр. належить сукупній продуктивності факторів виробництва. Однак інші вчені довели, що для виробничої функції польської економіки характерна зростаюча віддача від масштабу. Зокрема, білоруський дослідник А.Чубрик показав, що економічне зростання у Польщі не може бути пояснено  $TFP$ , основний вклад в темпи росту перехідної польської економіки внесло нагромадження капіталу [12]. Отже, без тестування суми коефіцієнтів на рів-

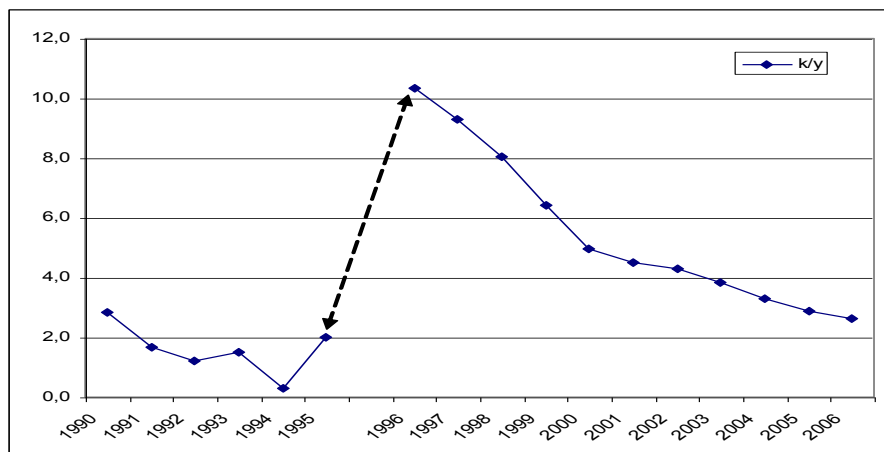
ність одиниці є високою ймовірність неправильних висновків щодо часток факторів виробництва.

Відмітимо, що на практиці перевірку припущення щодо постійної віддачі від масштабу найчастіше проводять із рівняння типу:

$$\ln y = \ln A + \alpha \ln k, \quad (8)$$

де  $y = Y/L$ ,  $k = K/L$ , тобто розглядається функція  $y = f(k)$  середньої продуктивності від середньої фондоозброєності. У такому випадку аналізується співвідношення капітал/випуск, і якщо його динаміка демонструє зростання, то можна тестувати гіпотезу про постійну віддачу від масштабу.

На рис. 6 представлена динаміка співвідношення капітал/випуск в Україні на проміжку 1990–2006 рр. (розрив показано з метою відображення зміни методики розрахунку показників). Співвідношення  $K/Y$  знижується упродовж певного часу, що свідчить про високу ймовірність зростаючої віддачі від масштабу ВФ.



**Рис. 6.** Динаміка співвідношення капітал/випуск в Україні

Джерело: розраховано автором за даними Держкомстату за 1990–2006 рр.

Статистична оцінка ВФ для України типу (8) на проміжку 1996–2006 рр. підтверджує дане припущення, оскільки оцінка коефіцієнта  $\alpha$  значно більше одиниці:

$$\ln y = -24,45328944 + 3,125919336 \times \ln k; \quad (9)$$

(10,27869)                      (14,12392)

$$R^2 = 0,956831, DW = 1,344061.$$

Однак інші дослідження віддачі від масштабу ставлять під сумнів цей результат. Зокрема, статистична оцінка ВФ для України типу (8) на проміжку 1996–2006 рр. із використанням змінної не капіталу (основних засобів), а інвестицій дає оцінку коефіцієнта  $\alpha$  менше одиниці (тобто можливі варіанти як спадної так і постійної віддачі від масштабу):



$$\ln y = 0,6847055757 + 0,8130471708 \times \ln k1; \quad (10)$$

(1,377233)                      (17,0600)

$$R^2 = 0,966672, DW = 0,666316,$$

де  $y = Y / L, k1 = INVOK / L$ .

Слід зазначити, що перевірка специфікації рівняння (10), а саме RESET-тест, свідчить про те, що модель має бути специфікована як нелінійна, а тому висновки по ній є некоректними.

Якщо побудувати ВФ типу (8), використовуючи як змінні випуск та валове нагромадження основного капіталу (із СНР) у порівняних цінах попереднього року, то отримуємо:

$$\ln vipr = 2,560597496 + 0,9831735354 \times \ln k2; \quad (11)$$

(12,7963)                      (35,94192)

$$R^2 = 0,993845, DW = 1,363714,$$

де  $vipr = VIPUSKR / L, k2 = VNOKR / L$  – випуск та валове нагромадження основного капіталу на одного зайнятого у порівняних цінах попереднього року.

Характеристики моделі серед представлених вище найкращі: відсутня автокореляція першого та другого порядків, відсутня авторегресійна умовна гетероскедастичність, модель має лінійну специфікацію.

Аналіз динаміки співвідношень "валове нагромадження/випуск" у фактичних цінах та у порівняних цінах попереднього року в Україні за 1996–2006 рр. (рис. 7) вказує на існування двох періодів з різною віддачею від масштабу: 1996–2002 рр. – зростаючою та 2002–2006 рр. – спадною або постійною, оскільки оцінки коефіцієнтів  $\alpha$  рівняння (11) на цих періодах, відповідно, дорівнюють 1,1 та 0,8.

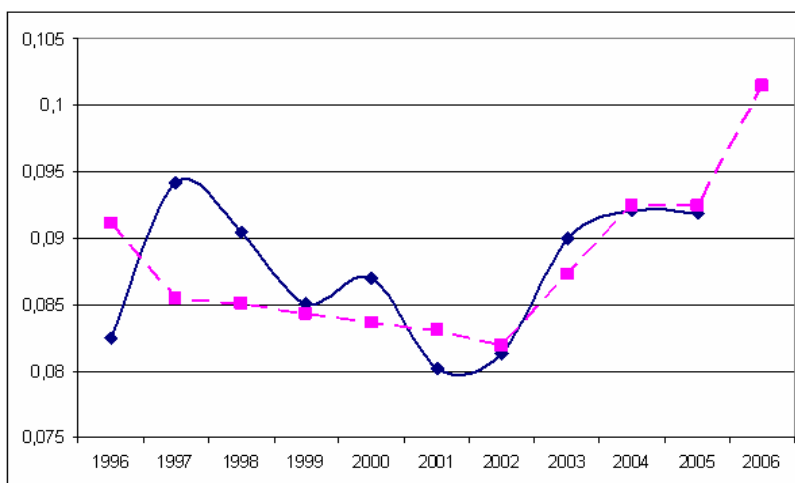


Рис. 7. Динаміка співвідношення валове нагромадження/випуск в Україні

Джерело: за розрахунками автора.

Отже, питання щодо віддачі від масштабу, як було показано вище, залежить від правильності специфікації виробничої функції, вибору факторів та періоду тестування

Наведені приклади побудови ВФ для України показують, що неоднорідність протікання макроекономічних процесів в перехідній економіці впливає на техніку аналізу економічної динаміки, і, як наслідок, наявності різних періодів розвитку, існує значна залежність отриманих оцінок параметрів ВФ від заданого масштабу часу. Експерти наголошують, що істотна залежність оцінок параметрів ВФ від масштабу часу має бути врахована при використанні ВФ як інструмента прогнозування. Горизонт прогнозу має узгоджуватися з масштабом часового проміжку якому відповідають оцінки параметрів. Для короткострокового прогнозування може бути використана ВФ, оцінена на останньому виділеному періоді, для більш довгострокового прогнозування слід використовувати ВФ, ідентифіковану на інтервалі більшої тривалості [див. 2].

З метою отримання правильно специфікованої виробничої функції спробуємо побудувати ВФ у перших логарифмічних різницях. Для цього наведемо алгоритм оцінювання ВФ у рівнях, який часто використовується під час побудови таких функцій для країн з перехідною економікою [12]. Перш за все, варто підкреслити, що оцінювання виробничої функції у рівнях є правомірним у двох випадках:

1) випуск, праця і капітал (інвестиції) є стаціонарними (або стаціонарними навколо тренду) змінними. Якщо це не так, то:

2) між змінними має існувати довгостроковий зв'язок (в іншому випадку залежність буде хибною регресією).

Для тестування гіпотези про існування довгострокового зв'язку між змінними ВФ можна скористатись обумовленою моделлю, яка буде мати вигляд:

$$\begin{aligned} \Delta Y_t = & A + \gamma \ln Y_{t-1} + \mu \ln K_{t-1} + \eta \ln L_{t-1} + \\ & + \sum_{i=1}^k \omega_i \Delta Y_{t-i} + \sum_{i=0}^k \alpha_i \Delta K_{t-i} + \sum_{i=0}^k \beta_i \Delta L_{t-i} + \varepsilon_t, \end{aligned} \quad (12)$$

де  $\Delta Y = Y_t - Y_{t-1}$ ;  $A$  – константа;  $\ln Y_{t-1}$ ,  $\ln K_{t-1}$ ,  $\ln L_{t-1}$  – натуральні логарифми рівнів відповідних змінних із лагом 1;  $\Delta Y_{t-1}$ ,  $\Delta K_{t-1}$ ,  $\Delta L_{t-1}$  – пояснюючі змінні;  $\varepsilon_t$  – залишки регресії;  $\gamma$ ,  $\mu$ ,  $\eta$ ,  $\omega$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  – коефіцієнти регресії.

Якщо після скорочення моделі коефіцієнт  $\gamma$  при змінній  $\ln Y_{t-1}$  буде значущим та з від'ємним знаком, це означатиме наявність довгострокового зв'язку між змінними  $Y$ ,  $L$  та  $K$ .

Для того, щоб перейти від обумовленої моделі до оцінки виробничої функції за допомогою рівняння у рівнях (перших логарифмічних різницях),



потрібно включити в нього механізм коригування рівноваги (equilibrium correction mechanism, *ECM*). Для визначення *ECM* коефіцієнти  $A$ ,  $\mu$ ,  $\eta$ ,  $\omega$  із рівняння обумовленої моделі нормалізуються на  $\gamma$ , тобто:

$$ECM = A/\gamma + \gamma/\ln Y + \mu/\gamma \ln K + \eta/\gamma \ln L. \quad (13)$$

Цей вектор описує механізм відновлення рівноваги, якщо випуск відхиляється від рівноважної траєкторії.

Рівняння виробничої функції (яким можна користуватися для оцінки компонент росту) буде мати вигляд:

$$\Delta Y_t = \sum_{i=1}^k \omega_i \Delta Y_{t-i} + \sum_{i=0}^k \alpha_i \Delta K_{t-i} + \sum_{i=0}^k \beta_i \Delta L_{t-i} + ECM_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (14)$$

Для побудови ВФ у рівнях для опису української економіки зробимо декілька зауважень:

*по-перше*, ми не будемо включати у розгляд фактор капіталу ( $K$ ), оскільки, як було показано вище, динаміка змін основних засобів не відображає реальної ситуації розвитку економіки трансформаційного періоду;

*по-друге*, замість змінної капіталу ми розглянемо змінну інвестицій в основний капітал (використаємо статистичний ряд валового нагромадження в основний капітал за даними Системи Національних рахунків *VNOK*);

*по-третє*, враховуючи результати етапу попереднього аналізу щодо хронології розвитку й поворотних точок, а також зміну методології розрахунків статистичних даних, рівняння будемо оцінювати на проміжку 1996–2006 рр.;

*по-четверте*, побудова рівнянь буде проводитися для змінної випуску в ринкових цінах (*VIPUSK*) за даними Системи Національних рахунків.

Для визначення порядку інтегрованості змінних скористаємося розширеним тестом Дікі–Фулера (*ADF*-тест), який показав, що перші різниці всіх відібраних змінних є стаціонарними (табл. 2). Виходячи з цього, для подальшого аналізу робимо припущення, що змінні *LVIPUSK*, *LVNOK*, *LL* інтегровані з порядком 1.

Таблиця 2

***ADF*-тест для перших логарифмічних різниць змінних у часовому проміжку 1995–2006 рр.**

| Змінна           | <i>ADF</i> -статистика | 5% критичне значення | Специфікація |
|------------------|------------------------|----------------------|--------------|
| <i>D_LVIPUSK</i> | -2,302905              | -1,9725              | лаг = 1      |
| <i>D_LVNOK</i>   | -2,781579              | -1,9725              | лаг = 1      |
| <i>D_LL</i>      | -1,999291              | -1,9725              | лаг = 1      |

Аналізуючи наявність довгострокового зв'язку на основі обумовленої моделі між змінними *LVIPUSK*, *LVNOK*, *LL*, через невелику кількість спостережень при побудові моделі, було взято довжину лага рівну одиниці (при ло-



гарифмах рівнів змінних), а також включено константу. Результуюче рівняння регресії для обумовленої моделі виду (12) має такий вигляд:

$$\begin{aligned}
 D\_LVIPUSK = & 0,35 \times D\_LVNOK + 0,04 \times D\_LL - \\
 & \quad (3,217753) \quad \quad \quad (0,191219) \\
 & - 0,26 \times LVIPUSK(-1) + 0,18 \times LVNOK(-1) - \\
 & \quad (-0,880190) \quad \quad \quad (0,806798) \\
 & - 0,42 \times LL(-1) + 2,37 ; \\
 & \quad (-2,615104) \quad \quad \quad (3,984703)
 \end{aligned} \tag{15}$$

$R^2 = 0,956657, DW = 2,686009.$

Коефіцієнт при змінній  $LVIPUSK_{t-1}$  має правильний знак (-), тобто між змінними існує довгостроковий зв'язок. Вектор коригування рівноваги представлений на рис. 8 і описується рівнянням:

$$ECM = LVIPUSK(-1) - 0,70 \times LVNOK(-1) + 1,62 \times LL(-1) - 9,24. \tag{16}$$

Даний ряд є стаціонарним ( $ADF$ -статистика дорівнює  $-1,680689$ , значуща на 10%-му рівні).

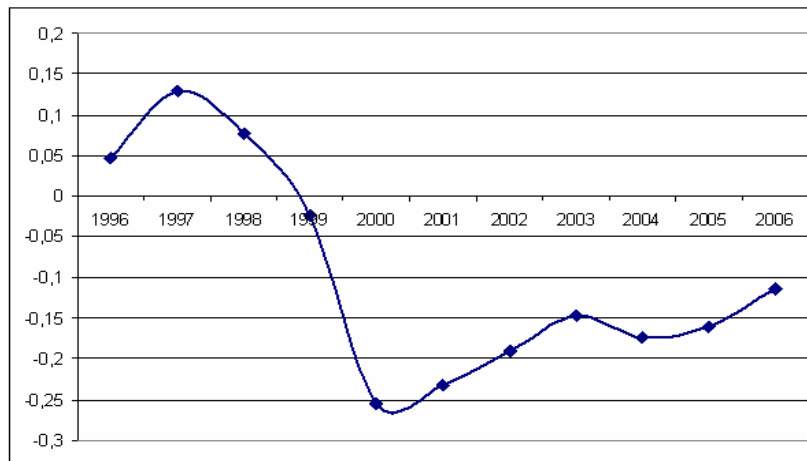


Рис. 8. Механізм коригування рівноваги  $ECM$

Джерело: за розрахунками автора.

Оцінимо ВФ, включивши в неї механізм коригування рівноваги, та отримаємо:

$$\begin{aligned}
 D\_LVIPUSK = & 0,44 \times D\_LVNOK - \\
 & \quad (8,050147) \\
 & - 0,07 \times D\_LL - 0,21 \times ECM(-1); \\
 & \quad (-0,493819) \quad \quad \quad (-4,393650)
 \end{aligned} \tag{17}$$

$R^2 = 0,924352, DW = 1,412532.$

Характеристики отриманого рівняння: відсутня автокореляція 1–2 порядків, відсутня авторегресійна умовна гетероскедастичність, модель має лінійну специфікацію.

У рівнянні (17)  $\alpha = 0,44$  та  $\beta = -0,07$  є оцінками коефіцієнтів виробничої функції виду (2), тобто є частками факторів "інвестиції" та "праця" відповід-



но. Оскільки оцінка  $\alpha$  значимо менше 1, але більше  $\beta$ , то це означає, що основну роль у зростанні випуску в 1996–2006 рр. відігравали інвестиції (валове нагромадження капіталу). Крім того, якщо інтерпретувати оцінку рівня  $\alpha$  як еластичність випуску за інвестиціями, то слід відмітити, що в умовах зростання продуктивності праці така ситуація означає необхідність зростання норми нагромадження і відповідно зниження норми споживання (необхідно випереджаюче зростання інвестицій).

Якщо сума коефіцієнтів  $\alpha$  та  $\beta$  з рівняння (17) значимо відрізняється від одиниці, то оцінювання ВФ з рівняння (11) є некоректним, оскільки може призвести до неправильних висновків щодо часток факторів та джерел їх зростання. А отже вклад *TFP* у темпи зростання мають розраховуватись як залишки з рівняння (17). Отримані результати приведені у табл. 3.

Таблиця 3

**Оцінка сукупної продуктивності факторів виробництва *TFP***

| Рік            | <i>TFP</i>       |
|----------------|------------------|
| 1996           | -0,004478        |
| 1997           | -0,014357        |
| 1998           | -0,016935        |
| 1999           | 0,005131         |
| 2000           | 0,03171          |
| 2001           | 0,020301         |
| 2002           | -0,006047        |
| 2003           | -0,019292        |
| 2004           | 0,021277         |
| 2005           | -0,008219        |
| 2006           | -0,028518        |
| <b>Середнє</b> | <b>-0,001766</b> |

Джерело: розрахунок автора за моделлю.

Теоретичне трактування *TFP* (непояснений залишок) у різних авторів різне, найчастіше його пов'язують із науково-технічним прогресом. Якщо це прогрес у знаннях або щось подібне, то, як відмічає А.Чубрик, слід очікувати, що *TFP* має бути позитивною у довгостроковому періоді. Однак практика показує інше. Наприклад, навіть для США *TFP* у 1973–1981 рр. була від'ємною. Для країн з перехідною економікою це, як правило, звичайне явище. Зокрема, білоруські вчені, досліджуючи економіку Польщі, отримали середні за 1981–1999 рр. оцінки *TFP* за різними виробничими функціями від мінус 1,2 до 0,8; для Білорусі оцінки були близькими до 0 [див. 12; 13]. Від'ємні темпи зростання сукупної продуктивності факторів виробництва в Польщі відмічає також професор В.Вельфе [див. 10]. Він указує на значні розбіжності в даних по *TFP* також і по інших країнах світу.

Дослідження польськими вченими економічного зростання в Білорусі та Польщі на основі ВФ із включенням механізму коригування рівноваги дали підстави зробити висновок, що виробнича функція не є хорошим інстру-



ментом для пояснення зростання: вона показує лише ефективність функціонування економіки (тобто віддачу від нагромадження факторів виробництва), однак нічого не говорить про джерела цієї ефективності [див. 12, 13]. Тобто, як зауважують А.Чубрик та І.Пелипась, аналіз економічного зростання на основі виробничої функції є тільки першим етапом аналізу, за яким має йти пояснення факторів ефективності функціонування економіки.

Дуже важливим моментом, до якого варто привернути особливу увагу, є те, що у дослідженнях за допомогою апарату виробничих функцій факторів росту країн з перехідною економікою практично не береться до уваги третій надзвичайно важливий фактор – земля. Тобто, якщо проводяться емпіричні дослідження аграрного сектора економіки, то при побудові ВФ, що відображає залежність між обсягами використаних основних виробничих ресурсів (праці, землі й капіталу) і обсягом сільськогосподарського виробництва, фактор земля, звичайно, присутній. Однак, при моделюванні економіки у цілому, врахування природних ресурсів (в агрегованому вигляді – землі) відбувається надзвичайно рідко, тобто, як правило, виділяються лише два агрегованих фактори виробництва: праця і капітал. Цьому факту можна дати багато пояснень як об'єктивного, так і суб'єктивного характеру. Не зосереджуючись у даній статті на їх розгляді, варто підкреслити, що включення у ВФ фактора земля розширює горизонт дослідження економіки перехідного періоду і робить більш обґрунтованими оцінки капіталу та праці. Більше того, розрахунки по ВФ середніх та граничних значень продукту праці дають можливість для співставлення ставки заробітної плати і продуктивності праці у аграрному секторі, отримати оцінки земельної ренти.

### **Висновки**

Проведений аналіз показав, що побудова виробничих функцій в умовах української перехідної економіки в принципі можлива. Однак слід підкреслити, що оцінки параметрів регресійних рівнянь не можна вважати задовільними через малу довжину часових рядів.

Використання традиційних факторів (капіталу й праці) для лінійно-однорідних виробничих функцій типу Кобба–Дугласа не дозволяє отримати статистично значимих результатів унаслідок невиконання умови заміщення у часовому проміжку 1990–2006 рр. Для правильної специфікації і коректного трактування результатів ВФ з традиційними факторами для України варто обирати інший (більш складний) вид функціональної залежності чи/або вводити інші додаткові фактори.

Особливістю української макроекономічної динаміки є наявність періодів (спадання, зростання), які мають бути описані ВФ з істотно різними наборами параметрів. Ігнорування етапу попереднього аналізу з обґрунтуванням факторів та виду функціональної залежності, виділенням хронології про-



цесу і поворотних точок може призвести до отримання практично довільних оцінок параметрів ВФ, що у свою чергу призведе до неправильних висновків.

Аналіз економічного зростання в Україні на основі виробничої функції Кобба–Дугласа, що оцінювалась на проміжку 1996–2006 рр. за допомогою моделі з механізмом коригування рівноваги показав, що при правильній специфікації моделі, зростання, як і в інших країнах перехідної економіки, пояснюється не сукупною факторною продуктивністю, а величиною коефіцієнтів ВФ, які залежать від множини факторів (зокрема політико-інституціональних змінних).

### **Література**

1. Шумська С. С. Виробнича функція в економічному аналізі: теорія та практика використання // Економіка та прогнозування. – 2007. – № 2. – С. 138–154.
2. Бессонов В.А. Проблемы построения производственных функций в российской переходной экономике [Электронный ресурс]. – Доступный з: < <http://riac.volsu.ru>>.
3. Бессонов В.А. О трансформационных структурных сдвигах российского промышленного производства // Экономический журнал ВШЭ. – 2000. – Т. 4. – № 2. – С. 184–219.
4. Полтерович В.М. Институциональные ловушки и экономические реформы // Экономика и математические методы. – 1999. – Т. 35. – № 2. – С. 3–20.
5. Kornai J. Transformational Recession: The Main Causes // Journal of Comparative Economics. – 1994. – Vol. 19. – No. 1. – P. 39–63.
6. Математика и кибернетика в экономике. Словарь-справочник. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Экономика, 1975. – С. 454.
7. Arrow K.J., Chenery H.B., Minhas B.S., Solow R.M. Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency // The Review of Economics and Statistics. – 1961. – Vol. 43. – No 3. – P. 225–250.
8. Weitzman M.L. Soviet Postwar Economic Growth and Capital-Labor Substitution // American Economic Review. – 1970. – Vol. 60. – No 4. – P. 676–692.
9. Скрипніченко М.І. Секторальні та міжкраїнні моделі економічного розвитку. – К.: Фенікс, 2004. – 256 с.
10. Вельфе В. Детермінанти зростання у формуванні економічного потенціалу (приклад Польщі) // Економіка і прогнозування. – 2002. – № 4. – С. 9–34.
11. De Broek, M., Koen, V. (2000) The "Soaring Eagle": Anatomy of the Polish Take-off in 1990s, *IMF Working Paper*, WP/00/6.
12. Чубрик А. Отдача от масштаба производственной функции и общефакторная производительность: пример Польши и Беларуси // Эковест. – 2002. – № 2. – С. 252–275.
13. Чубрик А. Экономическая теория и политическая экономия экономического роста в Беларуси [Электронный ресурс] / Рабочий материал Исследовательского центра ИПМ. – Доступный з: < <http://research.by>>.